## Langzeitdynamik lasergekühlter Ionenstrahlen am Speicherring TSR

MARCEL MUDRICH MPI H - V 29 - 2000

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	<b>2</b>
<b>2</b>	Grundlagen	<b>5</b>
	2.1 Speicherung von Ionenstrahlen	5
	2.2 Strahlkühlung	11
	2.3 Experimenteller Aufbau und Meßmethoden	23
3	Experimente	33
	3.1 Abgrenzung des Parameterraums	33
	3.2 Laserkühlung in verschiedenen Bunchformen	36
	3.3 Einfluss der Bunchfrequenz	42
	3.4 Laserkühlung bei hohen Strahlströmen	46
	3.5 Transversales Strahlaufheizen	48
4	Modellrechnungen	56
	4.1 Modellannahmen	56
	4.2 Phasenraumtrajektorien	59
	4.3 Phasenraumdynamik des Ensemble	62
5	Überraschung	68
	5.1 Plötzliches Verschwinden strahlinterner Stöße	68
	5.2 Interpretationsansätze	77
6	Ausblick	81
$\mathbf{A}$	Verschiebung des stabilen Punkts	84

# Kapitel 1 Einleitung

Am Heidelberger Testspeicherring (TSR) werden seit etwa 10 Jahren Experimente zur Laserkühlung von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionenstrahlen durchgeführt. Übergeordnetes Ziel ist die Erweiterung des Verständnisses ultrakalter, nicht-neutraler Plasmen bei hohen Schwerpunktsenergien in einem Speicherring. Insbesondere die Phasenraumkompression bis zu einem Regime, in dem Ordnungseffekte aufgrund der elektrostatischen Wechselwirkung zwischen den Ionen beobachtbar werden, ist von großem Interesse<sup>1</sup>.

Ein heißer Ionenstrahl geht in ein stark gekoppeltes geladenes Plasma über, wenn die potentielle Energie der Teilchen aufgrund von Coulombkräften mit den nächsten Nachbarn von der gleichen Größe ist wie die thermische Energie. Diese Bedingung wird durch den Plasmaparameter  $\Gamma = E_{\text{Coulomb}}/E_{therm} \approx 1$  ausgedrückt. Der Ionenabstand bei dem letztere Bedingung erfüllt ist, bestimmt dabei, ob sich die Ionen in einer linearen Kette anordnen oder sich bei höheren Dichten höherdimensionale Strukturen ausbilden [Has90]. Wegen der großen Scherkräfte bei der Strahlumlenkung im Bereich der Dipolmagnete wird erwartet [Wei95], daß nur die lineare und möglicherweise eine vertikale Zick-Zack-Struktur stabil sind. Modellrechnungen zufolge könnte sich im TSR eine lineare Kette bei einem minimalen Teilchenabstand von ca. 30  $\mu$ m ausbilden, der einer Gesamtteilchenzahl von 10<sup>6</sup> Ionen im Ring entspricht.

Ein Ionenensemble, das sich mit 4% der Lichtgeschwindigkeit in einem Speicherring bewegt, ist aufgrund der Kopplung der hohen Schwerpunktsenergie mit der Relativbewegung der Teilchen im mitbewegten Schwerpunktssystem starken Heizprozessen ausgesetzt. Die Erzeugung eines Ionenkristalls in solch einem extremen Regime würde erstmalig Untersuchungen der Dynamik des Phasenübergangs in einem hochenergetischen System erlauben. Außerdem besitzt ein kristalliner Ionenstrahl die größtmögliche Luminosität, die zum Erreichen hoher Wechselwirkungsraten bei Streuexperimenten von großem Interesse ist. Wegen seiner extremen Monochromasie würde sich ein solcher Strahl ferner für präzise Massenspektrometrie [Ste96] und für Experimente zum Test

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Ionenkristalle bei verschwindender Schwerpunktsenergie wurden bereits in Paulfallen [Die87, Win87] und in einer ringförmig geschlossenen Quadrupolfalle beobachtet [Bir92].

der speziellen Relativitätstheorie [Gri94] eignen. Die Trägheitsfusion wäre ein weiteres Anwendungsgebiet [Boc97].

Die Laserkühlung am Speicherring beruht auf der resonanten Spontankraft, die ein dem Ionenstrahl kollinear überlagerter Laserstrahl in longitudinaler Raumrichtung ausübt. Dadurch entsteht ein extremes Ungleichgewicht zwischen den transversalen und der longitudinalen Strahltemperatur. Strahlinterne Coulombstöße in Verbindung mit der Fokussierungsstruktur des Speicherrings führen zu einem direkten Transfer von kinetischer Energie in die thermische Energie der transversalen Freiheitsgrade und wirken somit der Strahlkühlung entgegen. Andererseits bewirken sie eine Kopplung zwischen den Freiheitsgraden, so daß bei effizienter longitudinaler Kühlung dem Strahl transversal ebenfalls Wärme entzogen wird [Mie95, Mie96b]. Ein weiterer indirekter Kühlmechanismus der transversalen Freiheitsgrade beruht auf der Dispersion des Speicherrings in Verbindung mit einem horizontalen Gradienten der longitudinalen Laserkraft [Lau98]. Dieser Kraftgradient läßt sich durch einen transversalen Versatz des Laserstrahls relativ zum Ionenstrahls aufgrund des gaußförmigen Laserintensitätsprofils erreichen. Wegen der großen Temperaturanisotropie im Falle der Laserkühlung ist das Einsetzen einer räumlichen Korrelation zunächst im longitudinalen Freiheitsgrad zu erwarten (Abb. 1.1).



**Abbildung 1.1:** Anordnung der Ionen in einer linearen Struktur bei endlicher transversaler Temperatur.

Zur Schaffung von stabilen Kühlbedingungen über lange Kühlzeiten hat sich das Strahlbunching bewährt [Han95, Mie96a]. Dabei handelt es sich um den longitudinalen Einschluß der Ionen in einem durch ein eingestrahltes elektrisches Hochfrequenzfeld erzeugtes mitbewegtes Pseudopotential. Neben einem sinusförmigen Potential [Lug96] können auch eine Rechteckspannung und beliebig modifizierte Wellenformen zum Strahlbunching verwendet werden. Es stellt sich heraus, daß die Potentialform einen großen Einfluß auf die Dynamik der lasergekühlten Ionen und damit der Ionenverteilung hat.

Verbesserte Meßmethoden und Auswerteverfahren ermöglichen nunmehr die Erfassung des gesamten Phasenraums über lange Zeiten. Somit konnten in der vorliegenden Arbeit erstmals systematische Untersuchungen der Langzeitdynamik von lasergekühlten Ionenstrahlen bei unterschiedlichen Kühlbedingungen durchgeführt werden. Insbesondere wurde das Wechselspiel von strahlinterner Streuung und Laserkühlung über lange Meßzeiten studiert. Zur Analyse der Möglichkeiten und Grenzen der Laserkühlung am TSR wird der derzeit erreichbare longitudinale Plasmaparameter  $\Gamma_{\parallel}$  für die wichtigsten Kühlschemata bestimmt. Es stellt sich heraus, daß bei optimalen Kühlbedingungen mit  $\Gamma_{\parallel} \gtrsim 0.1$  ein Regime hoher Phasenraumdichte erreicht wird, das sich in der Nähe des Bereichs befindet, in dem Einflüsse der Coulomb-Kopplung zu erwarten sind.

Bei bestimmten Kühlbedingungen wurde in unserem Experiment ein abruptes Strahlverhalten beobachtet, das auf plötzliches Verschwinden strahlinterner Stöße zurückzuführen ist. Das beobachtete Strahlverhalten weist große Ähnlichkeit mit der erwarteten Signatur eines Phasenübergangs auf. Dennoch deutet die gemessene transversale Strahlverbreiterung auf einen transversalen Heizprozeß hin, zudem der entsprechende Wert des longitudinalen Plasmaparameters mit  $\Gamma_{\parallel} \approx 0,1$  kleiner eins ist. Dabei handelt es sich um einen reversiblen Prozeß der eine bistabile Strahldynamik zur Folge hat.

Zur Erweiterung des Verständnisses der longitudinalen Ionendynamik ist ein neues Modell entwickelt worden. Es beruht auf der Simulation der eindimensionalen Ionendynamik in einem lasergekühlten gebunchten Strahl und berücksichtigt die Kopplung mit den transversalen Freiheitsgraden durch Coulombstöße. Mithilfe eines Monte-Carlo-Verfahrens kann die Berechnung der Einteilchendynamik auf die Modellierung von Ionenverteilungen erweitert werden. Somit ist es möglich, die zeitliche Entwicklung von longitudinalen Orts- und Geschwindigkeitsverteilungen bei verschiedenen Kühlbedingungen nachzuvollziehen. Der Vergleich mit dem Experiment ergibt eine sehr gute qualitative Übereinstimmung.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Teile: Kapitel 2 gibt eine Einführung in die grundlegenden Prinzipien und Meßmethoden, die zum weiteren Verständnis der Arbeit nötig sind. In Kapitel 3 werden die wichtigsten Langzeitmessungen beschrieben und die Ergebnisse diskutiert. Das eindimensionale Modell zur longitudinalen Phasenraumdynamik und die wichtigsten numerischen Resultate werden in Kapitel 4 dargestellt und mit dem Experiment verglichen. Schließlich ist Kapitel 5 der Beschreibung der Beobachtungen des Strahlverhaltens bei plötzlichem Verschwinden von strahlinterner Streuung gewidmet, wobei Interpretationsansätze vorgestellt werden. In Kapitel 6 werden die gewonnenen Ergebnisse zusammengefaßt, und es wird ein Ausblick auf die zukünftigen Möglichkeiten der Laserkühlung am TSR gegeben.

# Kapitel 2 Grundlagen

### 2.1 Speicherung von Ionenstrahlen

Zur Speicherung von hochenergetischen Ionstrahlen kommen prinzipiell elektrische und magnetische Felder  $\vec{E}$  bzw.  $\vec{B}$  in Frage. Diese üben auf eine mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegte Ladung q die Kräfte  $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$  und  $\vec{F}_{magn} = q(\vec{v} \times \vec{B})$  aus, und allgemein ist die Kraft  $\vec{F}_L = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{magn}$  als Lorentzkraft bekannt.

Vergleicht man ein elektrisches und magnetisches Feld, die auf hochenergetische Ionen ( $|\vec{v}| \approx c$ ) denselben Kraftbetrag ausüben, d.h.  $|\vec{E}| = c|\vec{B}|$ , dann entspricht einem technisch leicht zu erzeugenden Magnetfeld  $|\vec{B}| = 1$  T ein elektrisches Feld  $|\vec{E}| = 3 \cdot 10^8 \text{ V/m}$ , welches experimentell nicht zu realisieren ist. Daher können hinreichend große Kräfte nur durch Magnetfelder gewährleistet werden [Wil96].

Die Magnetfeldstruktur (engl. lattice) muß für die Strahlspeicherung zwei Aufgaben erfüllen. Zum einen legt sie die geschlossene Sollbahn (engl. closed orbit) in einem Vakuumrohr fest. Die Bahnkrümmung wird dabei durch Dipolmagnete verwirklicht. Zum anderen haben die Bahnen der einzelnen Teilchen im Strahl stets eine gewisse Winkeldivergenz zueinander. Zusätzlich streben die Ionen aufgrund ihrer wechselseitigen elektrostatischen Abstoßung auseinander. Um trotzdem stabile Trajektorien zu erreichen, müssen die Teilchen immer wieder zur Sollbahn zurückgelenkt werden. Diese Strahlfokussierung wird durch Quadrupolmagnete realisiert. Da der in die Speicherstruktur injizierte Ionenstrahl stets in transversaler Richtung eine gewisse Verteilung endlicher Breite besitzt, kommt es zur Schwingung der Ionen um die ideale Sollbahn. Diese als Betatronoszillation bezeichnete Schwingung eines Ions in transversaler Raumrichtung xentlang der longitudinalen Koordinate s wird durch die Bewegungsgleichung

$$x(s) = \sqrt{\epsilon\beta(s)}\cos\Psi(s)$$

beschrieben. Die Amplitude setzt sich zusammen aus der festen Emittanz  $\epsilon$  und der durch die Fokussierungsstärken der Quadrupole vorgegebenen Funktion  $\beta$ . Für die Phase

gilt  $\Psi(s) = \int_0^s ds'/\beta(s')$ . Die Anzahl der Betatronschwingungen pro Umlauf um den Speicherring der Länge C wird als tune  $Q = \Psi(C)/2\pi$  bezeichnet. Der Winkel x'(s) = dx(s)/ds ist mit der transversalen Geschwindigkeit verknüpft über  $\dot{x} = x'p_0/m$ , wobei  $p_0$  und m für den longitudinalen Teilchenimpuls bzw. die Teilchenmasse stehen. Mit den Latticefunktionen  $\alpha(s) = -\beta'(s)/2$  und  $\gamma(s) = 1 + \alpha^2(s)/\beta(s)$  erhält man eine Ellipsengleichung im eindimensionalen Phasenraum

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = \epsilon \quad . \tag{2.1}$$

Die entsprechende Phasenellipse mit einigen ausgezeichneten Punkten ist in Abb. 2.1



**Abbildung 2.1:** Phasenellipse für die Teilchenbewegung in x-Richtung an einem Ort s

dargestellt. Unter der Annahme entkoppelter Freiheitsgrade ist Gleichung 2.1 Ausdruck des Liouville'schen Satzes. Dieser besagt, daß das Phasenraumvolumen  $\epsilon$  eines entkoppelten Freiheitsgrades erhalten bleibt. Durch Multiplikation der Gleichung 2.1 mit  $p_0^2/2m\beta$  erhält man eine Gleichung für die Gesamtenergie E(x, x').

#### 2.1.1 Strahltemperatur

Betrachtet man ein Ensemble von Teilchen, das sich im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, dann gilt für die Besetzung des eindimensionalen Phasenraums die Verteilungsfunktion

$$n(x, x') = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{E(x, x')}{k_{\rm B}T}\right)$$

mit der oben berechneten Energie E(x, x') und der Boltzmann-Konstanten  $k_{\rm B}$ . Nach quadratischer Ergänzung ergibt sich

$$n(x, x') = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{p_0^2}{2mk_{\rm B}T}\left(x' + \frac{\alpha}{\beta}x\right)^2\right) \cdot \exp\left(-\frac{p_0^2}{2mk_{\rm B}T\beta^2}x^2\right)$$

Der Vergleich mit einer Gauß-Verteilung in Standardform  $g(x) = g_0 \cdot \exp(-x^2/2\langle x^2 \rangle)$ liefert:  $\langle x'^2 \rangle - \langle x' \rangle^2 = \frac{mk_{\rm B}T}{p_0^2}$ 

und

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\beta^2 m k_{\rm B} T}{p_0^2} \quad , \tag{2.2}$$

wobei  $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot n(x) dx$  das zweite statistische Moment bezeichnet. Somit wird ein Zusammenhang zwischen der Varianz der Ortsverteilung  $\langle x^2 \rangle$  und der Temperatur hergestellt.

Außerdem ist es sinnvoll, einem Ionenstrahl eine mittlere Emittanz  $\epsilon_{rms}$  zuzuordnen. Dazu identifiziert man  $\epsilon_{rms}$  mit der Emittanz derjenigen Teilchen, deren Schwingungsamplitude  $\sqrt{\beta\epsilon}$  gerade der Standardabweichung  $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$  entspricht, d. h.

$$\beta \epsilon_{rms} = \langle x^2 \rangle \quad . \tag{2.3}$$

Setzt man Gl. 2.2 in Gl. 2.3 ein, so erhält man einen Zusammenhang zwischen der Temperatur und  $\epsilon_{rms}$  für ein gegebenes  $\beta(s)$ . Da wegen der großen Ausbreitungsgeschwindigkeit eine ortsabhängige Temperatur jedoch keine sinnvolle Größe ist, gibt man stets die ringgemittelte Temperatur an,

$$T_{\perp} = \frac{1}{C} \oint_C T(s) ds = \frac{p_0^2 \epsilon_{rms}}{k_{\rm B} m C} 2\pi Q \quad . \tag{2.4}$$

Wie oben erwähnt, können aufgrund der geringen Dichte des gesamten Phasenraums der longitudinale und die transversalen Freiheitsgrade in vielen Fällen als annähernd entkoppelt angenommen werden. Dann erweist es sich als sinnvoll, das Ionenensemble auch im longitudinalen Freiheitsgrad als thermisch anzusehen. Analog zur Besetzung des transversalen Phasenraums kann man auch in longitudinaler Raumrichtung eine Boltzmannverteilung annehmen. Zur Vereinfachung betrachtet man die Ionengesamtheit in einem Koordinatensystem, das mit der Sollgeschwindigkeit im Speicherring umläuft. Die Geschwindigkeit  $\Delta v$  bezeichnet die Relativgeschwindigkeit der einzelnen Ionen bezüglich der Sollgeschwindigkeit. Dann gilt

$$n(\Delta s, \Delta v) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{E(\Delta s, \Delta v)}{k_{\rm B}T_{\parallel}}\right)$$

mit der Gesamtenergie im longitudinalen Freiheitsgrad  $E = E_{pot}(\Delta s) + E_{kin}(\Delta v)$ . Da die potentielle Energie  $E_{pot}$  nur von  $\Delta s$  und die kinetische Energie  $E_{kin}$  nur von  $\Delta v$ abhängt, können die Orts- und die Geschwindigkeitsverteilung separiert werden. Im Geschwindigkeitsbereich erhält man

$$n(v) = n_{0,v} \cdot \exp\left(-\frac{m\Delta v^2}{2k_{\rm B}T_{\parallel}}\right)$$

und somit eine Gaußverteilung. Durch Vergleich mit der Standardform dieser Verteilung ergibt sich die Definitionsgleichung für die longitudinale Temperatur

$$T_{\parallel} = \frac{m}{k_{\rm B}} \sigma_v^2 \quad . \tag{2.5}$$

Die Betrachtungen sowohl zur longitudinalen als auch zu den transversalen Temperaturdefinitionen gelten nur dann, wenn die Teilchen keine weiteren Kräfte erfahren. Insbesondere bei Anwesenheit geschwindigkeitsabhängiger Kräfte, wie sie bei der Strahlkühlung auftreten, muß der Boltzmann-Ansatz durch einen Fokker-Planck-Ansatz ersetzt werden (s. Abschn. 4.1). Die Annahme einer linearen Reibungskraft in Verbindung mit einem konstanten Diffusionskoeffizienten führt jedoch wieder auf eine gaußförmige Verteilung [Ris89]. Bei hoher Phasenraumdichte führen die zwischen den Ionen wirkenden Coulombkräfte zu einer Kopplung der Freiheitsgrade, so daß diese nicht mehr getrennt betrachtet werden können. Außerdem muß in diesem Fall mit der Gesamtenergie die elektrostatische Wechselwirkung berücksichtigt werden [Eis98].

#### 2.1.2 Hochfrequenzbunching

Das Hochfrequenzbunching ist eine Standardmethode zur Erzeugung von Teilchenpaketen (bunches) in Speicherringen [Wil96]. Dabei durchlaufen die Ionen ein elektrisches Wechselfeld der Frequenz  $\nu_{HF}$ , die einem ganzzahligen Vielfachen h der Umlauffrequenz entspricht. Das Wechselfeld kann von einem Hochfrequenzresonator erzeugt werden. Bei den hier beschriebenen Experimenten wurde jedoch eine Hochfrequenzspannung  $U_{HF}$ unterschiedlicher Wellenform an ein nichtresonantes Kickerplattenpaar angelegt. Dabei handelt es sich um ein planparalles Plattenpaar mit einer Länge von  $L \approx 20 \,\mathrm{cm}$ , das auf gleiches Potential gelegt wird. Ionen im annähernd feldfreien Bereich zwischen den Kickerplatten befinden sich dann in dem Potential  $eU_{HF}$  gegenüber dem geerdeten Strahlrohr. Da sich die Spannung während der Durchflugzeit  $\Delta t$  um  $\Delta U$  ändert, durchlaufen die Ionen insgesamt eine Spannungsdifferenz von  $\Delta U(t) = U(t) - U(t + \Delta t)$ . Da die pro Ringumlauf wirkende Kraft  $e\Delta U$  sehr klein und die Umlauffrequenz  $\nu_{rev} = \nu_{HF}/h$ jedoch sehr groß ist, betrachtet man anstatt von periodischen Kraftpulsen eine kontinuierlich auf ein Ion wirkende ringgemittelte Kraft  $F_t(t) = \Delta p(t)/T$ . Hierbei steht  $T = h/\nu_{HF}$  für die Umlaufzeit und C für den Ringumfang. Wegen Energieerhaltung gilt  $e\Delta U = v\Delta p$ . Es folgt für die ringgemittelte Kraft

$$F_t(t) = \frac{e}{C} \Delta U(t)$$

Mit der Transformationsformel  $t(s) = \frac{\gamma^2 \eta h}{\nu_{HFC} s}$  ergibt sich im Ortsbereich

$$F_s(s) = \frac{e}{C} \Delta U \left( t = \frac{\gamma^2 \eta h}{\nu_{HF} C} s \right)$$
(2.6)

mit dem relativistischen Parameter  $\gamma \approx 1$  und dem Maschinenparameter (*slip factor*)  $\eta \approx 0.895$  (TSR). Die Durchflugzeit  $\Delta t$  läßt sich demnach aus der effektiv wirksamen Kickerplattenlänge L berechnen:  $\Delta t = h\eta L/(\nu_{HF}C)$ .

Neben einer sinusförmigen Hochfrequenzspannung zum Strahlbunching ist insbesondere eine kastenförmige Bunchspannung mit zusätzlicher Rampe, wie sie in Abb. 2.2 (oben) dargestellt ist, von Interesse. Dies hängt mit der Tatsache zusammen, daß sich in solch einem Pseudopotential bei geeigneter Steigung der Spannungsrampe die Laserkraft und die Kraft durch die Spannungsrampe kompensieren und somit eine homogene longitudinale Ionenverteilung erreicht wird. Somit kann der mittlere longitudinale Teilchenabstand  $d \gtrsim 30 \,\mu$ m, für den Modellrechnungen eine Strahlkristallisation voraussagen, bei höheren Teilchenzahlen erreicht werden. Die Ionendichte kann ferner durch Verstellen des Tastverhältnisses kontrolliert variiert werden, ohne Veränderung der Spannungsamplitude. Außerdem kann man bei einer gleichmäßigen Ausgangsverteilung eine Verschiebung des stabilen Punkts direkt anhand der Verlagerung der Ortsverteilung zum linken bzw. rechten Bucketrand beobachten. Der entsprechende Verlauf der Kraft, die das Wechselfeld auf die Ionen ausübt, ist in Abb. 2.2 (unten) aufgetragen.



**Abbildung 2.2:** Hochfrequenzbucket (oben) und die resultierende ringgemittelte Kraft (unten)

Die Entwicklung in linearer Näherung  $\Delta U(t) \approx U(t)\Delta t$  ist nur dann gerechtfer-

tigt, wenn die Spannungsänderungen  $\Delta U$  in einem Zeitintervall der Länge  $\Delta t$  sehr klein sind. Dies ist im Falle der Rechteckspannung nicht mehr gegeben, was man daran sieht, daß die Flanken der Maxima im Kraftdiagramm eine endliche Steigung besitzen. Durch Integration der Kraft im Ortsraum ergibt sich ein zugeordnetes Pseudopotential  $V_{HF}(s)$ , welches die Ionen longitudinal zu Bunchen einschließt und die Sollgeschwindigkeit  $v_s = \nu_{HF}C/h$  vorgibt. Die Harmonischenzahl h gibt dabei die im Ring umlaufenden Bunche an. Innerhalb des Bunches führen die Ionen sogenannte Synchrotronoszillationen um die Sollgeschwindigkeit aus. Entspechende Phasenraumtrajektorien, auf denen sich die Teilchen im Hochfrequenzfeld bewegen sind in Abb. 2.3 skizziert. Trajektorien



**Abbildung 2.3:** Phasenraumtrajektorien im rechteckförmigen Pseudopotential mit zusätzlicher Rampe

außerhalb der Separatrix entsprechen einer ungebundenen Teilchenbewegung. Der von der Separatrix eingeschlossene Phasenraumbereich, in dem die Teilchen eine gebundene Bewegung ausführen wird allgemein Bucket genannt. Als Bucketakzeptanz bezeichnet man die Maximalenergie  $V_{HF,0}$ , bei der sich ein Teilchen noch im Bucket befindet. In der oben erwähnten Näherung für kleine Durchflugzeiten  $\Delta t$  gilt

$$V_{HF,0} = \frac{Le\nu_{HF}}{\gamma^2 h\eta v_s} U_0 \quad , \tag{2.7}$$

wobei  $U_0$  für die Amplitude der Hochfrequenzspannung steht (s. [Eis98]).

Wird ein sinusförmiges Hochfrequenzfeld zum Strahlbunching verwendet, so ergibt sich in harmonischer Näherung für kleine Schwingungsamplituden eine für alle Ionen konstante Oszillationsfrequenz, die sogenannte Synchrotronfrequenz. Im Rechteckpotential ist die Oszillationsfrequenz dagegen für alle Teilchen verschieden, weil sie von der Teilchengeschwindigkeit abhängt:

$$\nu_{synch} = \frac{h}{2Cd} \cdot \Delta v$$

Das Tastverhältnis (*engl. duty-cycle*) gibt dabei das Verhältnis der unteren Kantenlänge einer Rechteckperiode zur gesamten Periodenlänge an. Nach oben ist die Synchrotronfrequenz jedoch durch die Bucketakzeptanz begrenzt. Berechnet man aus Gl. 2.7 die entsprechende maximale Geschwindigkeit  $\Delta v_{max}$ , dann ergibt sich eine maximale Synchrotronfrequenz  $\nu_{synch}^{max} \approx 100$  Hz. Hierbei wurde der typische Wert  $U_0 = 30$  V angenommen, woraus  $\Delta v_{max} \approx 1500$  m/s folgt. Damit ist die Synchrotronfrequenz um mehrere Größenordnungen kleiner als die Betatronfrequenz  $\nu_{beta} = Q\nu_{HF}/h \approx 600$  kHz ( $Q \approx 2.7$ ).

## 2.2 Strahlkühlung

#### 2.2.1 Aufheizprozesse

Ein Ionenstrahl, der sich in einem Speicherring bewegt, heizt sich ohne äußeren Kühlmechanismus auf. Dies ist auf die sogenannte *Enveloppenheizung* zurückzuführen [Hoc94]. Die wesentliche Ursache hierfür ist die unterschiedliche Fokussierung des Ionenstrahls im horizontalen und vertikalen Freiheitsgrad in den Quadrupolmagneten in Verbindung mit strahlinternen Coulombstößen (*engl. intrabeam scattering (IBS)*). Da in den Quadrupolen der Strahl transversal in einer Richtung fokussiert und in der anderen defokussiert wird [Cou58], entsteht eine Temperaturanisotropie zwischen den Freiheitsgraden. Ohne eine Kopplung der Freiheitsgrade wäre dieser Effekt reversibel und würde zu keiner Strahlaufheizung führen. Es finden jedoch strahlinterne Stöße statt, die einen Energietransport zwischen den Freiheitsgraden ermöglichen [Sør87]. Über diese Coulombkopplung gleicht sich das vorhandene Temperaturgefälle aus, was zu einem Entropieanstieg und damit zu einer Aufheizung des Strahls führt. Es ergibt sich insgesamt ein Energiefluß aus der kinetischen Strahlenergie, die als Wärmebad fungiert, in die drei Freiheitsgrade (s. Abb. 2.4). Der Pfeil im gestrichelten Bereich soll die direkte Kühlung des longitudinalen Freiheitsgrades bei der Laserkühlung andeuten (vgl. Abschn. 2.2.2).

**Harte Stöße** Durch einen effizienten Kühlmechanismus des longitudinalen Freiheitsgrades, wie es bei der Laserkühlung der Fall ist, entsteht ein dynamisches Gleichgewicht, in dem der longitudinale Phasenraum stark verdichtet ist ( $T_{\parallel} \approx 1 \,\mathrm{K}$ ). Transversal bleibt das Ensemble jedoch trotz effizienter Kühlung aufgrund der Enveloppenheizung heiß ( $T_{\perp} \gtrsim 100 \,\mathrm{K}$ ). Nun können Coulombstöße zur Übertragung der hohen kinetischen Energie aus den transversalen Freiheitsgraden in den longitudinalen führen. Solche sogenannten harten Coulombstöße führen longitudinal zu Geschwindigkeitsänderungen der Größenordnung 1000 m/s. Es stellt sich heraus, daß dieser Effekt einen entscheidenden Einfluß auf den Laserkühlvorgang hat, da die gestoßenen Ionen nicht mehr direkt dem Kühlprozeß unterliegen.



Abbildung 2.4: Energiefluß im Ionenstrahl

#### 2.2.2 Kühlrate

Nach obiger Temperaturdefinition ist Strahlkühlung gleichbedeutend mit einer Verringerung der Geschwindigkeitsbreite, d.h. mit der Erhöhung der Phasenraumdichte. Da nach dem Satz von Liouville die Phasenraumdichte unter Einwirkung konservativer Kräfte erhalten bleibt, sind zur Verdichtung des gesamten Phasenraums nichtkonservative Reibungskräfte nötig, wie die bei diesen Experimenten verwendeten Methoden der Elektonen- und Laserkühlung.

Als Maß für die Geschwindigkeit, mit der ein Kühlprozeß abläuft, wird die Kühlrate  $\Lambda$  definiert:

$$\Lambda \overline{E_{ges}} = -\frac{\partial \overline{E_{ges}}}{\partial t}$$

Hierbei bedeutet  $\overline{E_{ges}}$  die Varianz der Gesamtenergie des Teilchenensembles. Bewegen sich die Ionen in einem äußeren Potential, so beinhaltet  $\overline{E_{ges}}$  sowohl die kinetische als auch die potentielle Energie:  $\overline{E_{ges}} = \overline{E_{kin}}(\Delta v) + \overline{E_{pot}}(\Delta s)$ . Eine geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft  $F_c(\Delta v)$  reduziert dabei jedoch nur die Fluktuation der kinetischen Energie,

$$\frac{\partial \overline{E_{kin}}}{\partial t} = m\Delta v \dot{\Delta v} = F_c(\Delta v)\Delta v \approx \frac{\partial F_c}{\partial \Delta v} \Delta v^2 \quad ,$$

wobei im letzten Schritt die Kühlkraft  $F_c$  linear um  $\Delta v = 0$  entwickelt wurde. Besitzen

die Teilchen keine potentielle Energie, dann läßt sich die Kühlrate ausdrücken als

$$\Lambda = -\frac{2}{m} \left. \frac{\partial F_c(v)}{\partial v} \right|_{\Delta v=0} \quad . \tag{2.8}$$

Im Falle eines harmonischen Potentials gilt nach dem Virialsatz  $\overline{E_{kin}} = \overline{E_{pot}}$ . Deshalb trägt die Verringerung der Breite der kinetischen Energie nur zur Hälfte zur Gesamtenergiebreite bei. Somit halbiert sich die Kühlrate in Gl. 2.8.

#### 2.2.3 Elektronenkühlung

Bei den durchgeführten Experimenten wird die Elektronenkühlung nur zur Vorkühlung des nach der Injektion sehr heißen Ionenstrahls verwendet. Dabei wird dem Ionenstrahl über eine Magnetfeldanordnung ein kalter Elektronenstrahl überlagert [Pot90, Pas96]. Die Elektronen werden von einer Glühkathode freigesetzt und durch eine Spannung zwischen Kathode und Strahlrohr auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Ionenstrahls beschleunigt. Hinter der Wechselwirkungszone wird der Elektronenstrahl von einer Anode abgesaugt. Die Temperatur des Elektronenstrahls im obigen Sinne beträgt am TSR in longitudinaler Richtung ca. 6 K und in transversaler Richtung ca. 200 K. Durch Coulomb-Stöße thermalisiert der Ionenstrahl mit dem Elektronenstrahl. Der Elektronenkühler stellt somit eine geschwindigkeitsabhängige Reibungskraft zur Verfügung. Der Verlauf der Kühlkraft in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit ist in Abb. 2.5 dargestellt. In der Nähe der mittleren Elektonengeschwindigkeit verläuft das Kraftprofil annähernd



Abbildung 2.5: Kühlkraftprofil des Elekronenkühlers

linear. Experimentell ergibt sich bei der Kühlung von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionen für das Maximum der Kühlkraft  $F_{max} \approx 6 \text{ meV/m}$  und eine Kühlrate von  $\Lambda \approx 7/\text{s}$ .

#### 2.2.4 Laserkühlung

#### Prinzip

Die Laserkühlung beruht auf der resonanten Spontankraft, die bei der Wechselwirkung von neutralen und geladenen Atomen mit Photonen auftritt [Met94]. Durch wiederholte Absorptions- und Emissionsprozesse nimmt ein Atom einen Photonenimpuls auf und gibt ihn wieder ab. Der Impulsübertrag auf das Atom erfolgt bei der Absorption in Richtung des Laserstrahls. Bei der nachfolgenden spontanen Emission wird das Photon jedoch ungerichtet abgestrahlt. Bei der Mittelung über viele solcher Zyklen verschwindet daher der mittlere Impulsübertrag bei der Emission,  $\langle \hbar \vec{k}_{Em} \rangle = 0$ , und es bleibt  $\langle \vec{\Delta p} \rangle = \hbar \vec{k}$ . Voraussetzung für diesen Prozeß ist ein starker, geschlossener elektrischer Dipolübergang der Frequenz  $\omega_0$ . Ein Atom, das sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in einem Laserfeld der Frequenz  $\omega_D$ , die aufgrund des Dopplereffekts gemäß  $\omega_D = \gamma(\omega_L + \vec{k_L} \cdot \vec{v})$ gegenüber  $\omega_L$  verschoben ist.

Die Kraft auf ein Atom ergibt sich aus dem Impulsübertrag multipliziert mit der Streurate  $r(\omega_D)$  von Photonen der Frequenz  $\omega_D$ , die einer Lorentzkurve folgt,

$$r(\omega_D) = \frac{\Gamma}{2} \cdot \frac{S}{1 + S + \left(\frac{2(\omega_D - \omega_0)}{\Gamma}\right)^2}$$

 $\Gamma$  steht für die natürliche Linienbreite des Übergangs. Der Sättigungsparameter  $S = I/I_{sat}$  ist das Verhältnis der Laserintensität zur sogenannten Sättigungsintensität, bei der der angeregte Zustand in der Resonanz gerade halb so stark besetzt ist wie der Grundzustand. Für die Kraft gilt daher

$$\vec{F_{sp}}(v) = \langle \vec{\Delta p} \rangle \cdot r(\omega_D) = \hbar \vec{k_L} \cdot \frac{\Gamma}{2} \cdot \frac{S}{1 + S + \left(\frac{2\Delta(v)}{\Gamma}\right)^2} \quad .$$
(2.9)

Mit der Dopplerverstimmung  $\Delta(v) = \gamma \omega_L (1 - v/c) - \omega_0 \approx k_L (v_{res} - v)$  für einen gleichlaufenden Laserstrahl erhält man damit eine geschwindigkeitsabhängige Kraft. Die Geschwindigkeit  $v_{res}$ , bei der die Ionen in Resonanz mit dem Laser sind, d.h.  $\Delta(v_{res}) = 0$ , läßt sich schreiben als  $v_{res} = c(1 - \omega_0/\omega_L)/(1 + \omega_0/\omega_L)$ . Bei den Experimenten am TSR wird der Laserstrahl dem Ionenstrahl nur in einem Teilbereich des gesamten Ringumfangs überlagert. Zum Vergleich mit anderen auf die Ionen wirkenden Kräfte wird stets die *ringgemittelte Laserkraft* (s. Abb. 2.6) verwendet. Diese ergibt sich durch Multiplikation von Gl. 2.9 mit dem Verhältnis  $\eta_l$  von Überlapplänge zum Ringumfang:

$$\langle \vec{F_{sp}}(v) \rangle = \eta_l \cdot \vec{F_{sp}}(v) \tag{2.10}$$



Abbildung 2.6: Kraftprofil der ringgemittelten Laserkraft für die Sättigung S=4

#### Stabiler Punkt

Wie eingangs erwähnt wird für die Strahlkühlung außer der Laserkraft noch eine Gegenkraft benötigt. Dies liegt daran, daß die resonante Spontankraft allein entweder nur beschleunigend oder nur abbremsend wirkt. Stabile Kühlbedingungen zeichnen sich jedoch durch einen kräftefreien Punkt  $v^*$  im Geschwindigkeitsbereich aus, zu dem langsamere Teilchen hinbeschleunigt und schnellere abgebremst werden. Außerdem muß gewährleistet sein, daß alle Teilchen in der Nähe von  $v^*$  zum *stabilen Punkt*  $v^*$  hingezogen werden. Es muß also gelten:

$$F_{k\ddot{u}hl}(v=v^*)=0$$
 und  $\left. \left. \frac{\partial F_{k\ddot{u}hl}(v)}{\partial v} \right|_{v=v^*} < 0$ 

Diese Bedigungen werden u.a. vom Kraftprofil des Elektronenkühlers (s. Abb. 2.5) erfüllt. Zur Realisierung einer der Laserkraft entgegengerichteten Gegenkraft gibt es verschiedene Möglichkeiten, von denen insbesondere das Strahlbunching diskutiert werden soll.

#### Laserkühlung gebunchter Ionenstrahlen

Bei den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten wurde die Gegenkraft durch Strahlbunching erzeugt. Die Betrachtung der Phasenraumdynamik eines im Bucket schwingenden Teilchens bei Anwesenheit einer Laserkraft zeigt, daß stabile Kühlbedingungen nur für  $v_{res} < v_{soll}$  möglich sind [Lug96]. Die Sollgeschwindigkeit  $v_{soll} = \nu_{HF}C/h$ wird durch die Bunchfrequenz vorgegeben. Im einfachsten Fall wird für U(t) eine rechteckförmige Wellenform verwendet mit einer linear abfallenden unteren Kante (s. Abb. 2.2). Die durch das resultierende mitbewegte Pseudopotential eingeschlossenen Ionen erfahren dann eine über die Länge des Bunches konstante Kraft  $F_{gegen}$ , die durch die Rampensteigung gegeben ist. Die Summe aus Laserkraft und Gegenkraft ist in Abb. 2.7 dargestellt. Die stabile Geschwindigkeit  $v^*$  ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht



**Abbildung 2.7:** Kühlkraftprofil zusammengesetzt aus Laserkraft und konstanter Gegenkraft

 $F_{sp}(v^*) = F_{gegen}$  mit Gl. 2.9 zu

$$v^*(S) = v_{res} + \frac{\Gamma}{2k_L} \sqrt{S\left(\frac{\eta\hbar k_L\Gamma}{2F_{gegen}} - 1\right) - 1} \quad . \tag{2.11}$$

Stimmen die Sollgeschwindigkeit  $v_{soll}$  und  $v^*$  nicht überein, so ergibt sich eine zusätzliche auf ein Ion wirkende *Fehlanpassungskraft*  $F_{fehl}$ . Dies soll für eine kleine Fehlanpassung Abb. 2.8 verdeutlichen. Die Kühlkraft  $F_{k\"uhl} = F_{sp} + F_{gegen}$  kann dann geschrieben werden als

$$F_{k\ddot{u}hl}(\Delta v + \delta v) = F_{k\ddot{u}hl}(\Delta v) + \underbrace{\frac{dF_{k\ddot{u}hl}(\Delta v)}{d(\Delta v)}}_{F_{fehl}}\delta v$$

Dabei ist  $\Delta v = v - v^*$  und  $\delta v = v^* - v_{soll}$ . Diese zusätzliche Kraft beeinflußt die Ortsverteilung der Ionen in einem Bunch, was in Kapitel 4 näher untersucht wird. Wird zum Strahlbunching eine sinusförmige Wellenform benutzt, so ergibt sich eine Gegenkraft dadurch, daß die Teilchen durch die Laserkraft aus der Bucketmitte ausgelenkt werden. Genauere Betrachtungen zur Dynamik im sinusförmigen Hochfrequenzfeld finden sich in [Lug96].



**Abbildung 2.8:** Die Fehlanpassung der Geschwindigkeiten  $v_{soll}$  und  $v^*$  führt zu einer zusätzlichen konstanten Kraft  $F_{fehl}$ 

Im Geschwindigkeitsbereich bildet sich eine Zweikomponentenverteilung aus, zusammengesetzt aus einer kalten Fraktion und einem heißen Untergrund, die sich in einem dynamischen Gleichgewicht befinden (s. Abb. 4.7). Das kalte Subensemble besteht aus Ionen, die wegen ihrer kleinen Geschwindigkeitsabweichungen  $\Delta v$  sehr effizient vom Laser zum stabilen Punkt gekühlt werden. Teilchen, die nach einem harten Coulombstoß mit großen  $\Delta v$  im Bucket oszillieren, wechselwirken im zeitlichen Mittel schwächer mit dem Laser und werden daher nur sehr langsam zum stabilen Punkt zurückgekühlt. Somit bilden sie einen Untergrund mit einer großen Geschwindigkeitsbreite.

#### Fangbereich der Kühlkraft

Im Gegensatz zu  $v^*$  stellt der ebenfalls kräftefreie Punkt  $v_l$  in Abb. 2.7 einen Punkt labilen Gleichgewichts dar. Teilchen mit kleinerer Geschwindigkeit als  $v_l$  werden weiter abgebremst und sind für den Kühlprozeß verloren. Alle Ionen mit höherer Geschwindigkeit als  $v^*$  werden dagegen wieder zum stabilen Punkt gezogen. Daher wird der Geschwindigkeitsbereich  $|v_l, \infty|$  Fangbereich genannt.

Bei einem harten Coulombstoß kann also ein Ion aufgrund der großen Geschwindigkeitsänderung ( $\approx 1000 \text{ m/s}$ ) den Fangbereich verlassen. Bei den Experimenten stellt sich heraus, daß dieser Effekt den Kühlvorgang stark limitiert und unterdrückt werden muß. Dazu kann das Kühlkraftprofil mittels des sogenannten *rapid adiabatic passage* so verändert werden, daß auch noch Teilchen mit kleineren Geschwindigkeiten als  $v_l$  eine beschleunigende Kraft erfahren (s. Abb. 2.9) [Wan98]. Die so entstehende *Fangbereichserweiterung* wird im folgenden mit der Abkürzung FBE bezeichnet.



**Abbildung 2.9:** Ausgedehntes Kühlkraftprofil durch die Fangbereichserweiterung

#### Indirekte Kühlmechanismen

Laserkühlung unter Verwendung von Stahlbunching als Gegenkraft ist somit eine effiziente Kühlmethode ( $\Lambda \approx 50/s$ ), die allerdings direkt nur in longitudinaler Raumrichtung wirkt. Da eine direkte transversale Laserkühlung im Speicherring experimentell praktisch nicht möglich ist, sind Koppelmechanismen zwischen dem longitudinalen und den transversalen Freiheitsgraden nötig. Dadurch können die transversalen Freiheitsgrade indirekt mitgekühlt werden. Solch ein indirektes Kühlschema ergibt sich aufgrund der Kopplung durch IBS (s. Abschn. 2.2.1) mit einer maximalen transversalen Kühlrate von ca. 1/s [Mie95]. Da dieser Kühlmechanismus dichteabhängig ist, wird er jedoch mit abnehmendem Strahlstrom ineffizient. Außerdem ist für eine Strahlkristallisation ebenfalls ein starkes Abnehmen der Kopplung durch IBS und damit der transversalen Kühlung vorhergesagt worden.

Ein weiterer dichteunabhängiger Kühlmechanismus wurde in [Lau98, Lau99, Gri98] untersucht. Dabei wird eine Kopplung der Freiheitsgrade durch die Speicherringdispersion in Verbindung mit einem horizontalen Kraftgradienten der longitudinalen Kühlkraft ausgenutzt. Unter Dispersion versteht man die horizontale Verschiebung der Sollbahn in Abhängigkeit des longitudinalen Teilchenimpulses. Für ein Ion mit Impuls  $p_0$ , das um einen Betrag  $\Delta p$  beschleunigt wird, verschiebt sich die Sollbahn um einen Betrag  $\Delta x$ . Als Dispersion D wird das Verhältnis von horizontaler Verschiebung zur relativen Impulsänderung bezeichnet,

$$\Delta x(s) = D(s) \frac{\Delta p}{p_0}$$

D ist in der Experimentiersektion des TSR ein positive Größe, so daß ein positiver Impulsübertrag zur Verschiebung der Sollbahn in Richtung der Ringaußenseite führt. In Abb. 2.10 wird anhand von zwei Extremfällen erläutert, welche Auswirkungen auf die Betatron-Schwingungsamplitude eine Impulsänderung durch die Absorption eines Photons haben kann. Findet die Impulsänderung  $\Delta p$  im äußeren Umkehrpunkt der Be-



**Abbildung 2.10:** Dämpfung bzw. Anregung der Betatronschwingung bei einem Impulsübertrag am äußeren (a) bzw. inneren Umkehrpunkt der Schwingung (b).

tatronschwingung statt, so verringert sich die Betatronamplitude um  $2\Delta x$  (s. Abb. 2.10 (a)). Der umgekehrte Fall ist im Teilbild (b) gezeigt. Der erste Fall tritt dann häufiger ein, wenn die longitudinale Kühlkraft nach außen hin zunimmt. Dies kann experimentell dadurch verwirklicht werden, daß der Kühllaserstrahl dem Ionenstrahl mit einem transversalen Versatz überlagert wird. Dabei befindet sich das Intensitätsmaximum in Bezug auf den Bereich maximaler Ionendichte weiter außen. Aufgrund des gaußförmigen transversalen Laserprofils wirkt damit eine im Mittel nach außen zunehmende Kraft auf die Ionen. Dadurch werden die Betatronschwingungen gedämpft und die Strahlemittanz nimmt ab, was mit einer transverslen Kühlung gleichbedeutend ist. Umgekehrt verursacht ein Laserstrahlversatz zum Ringinneren das transversale Aufheizen des Ionenstrahls. Dieser Effekt wird in Kapitel 3 näher untersucht. Die Abhängigkeit der transversalen Kühlrate von der relativen Laserverschiebung ist in Abb. 2.11 dargestellt. Dabei wird eine Strahltaille, die der zweifachen Strandardabweichung des gaußförmigen Strahlprofils entspricht, von  $w_0 = 2 \text{ mm}$  angenommen. Außerdem wird die transversale Ionenstrahlbreite sowie die endliche Breite der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung vernachlässigt. Man erkennt deutlich, daß die Kühl- ( $\Lambda < 0$ ) bzw. Heizrate ( $\Lambda > 0$ ) bei einem transversalen Strahlversatz von ca.  $w_0/2$  zum Ringinneren bzw. -äußeren maximal ist.

Der beschriebene Kopplungsmechanismus ist auf die horizontale Raumrichtung beschränkt. Durch die Methode der linearen Betatronkopplung kann jedoch der vertikale Freiheitsgrad an den horizontalen angekoppelt werden. Diese Situation wird als *Koppelresonanz* bezeichnet. Daher wird im folgenden nur von dispersivem Kühlen bzw. Heizen die Rede sein.



**Abbildung 2.11:** Die transversale Kühlrate in Abhängigkeit vom relativen Laserversatz bei einer Strahltaille von  $w_0 = 2 \text{ mm}$ . Die negative Laserposition steht hierbei für eine relative Verschiebung des Ionenstrahls nach innen, was zu einer Heizrate ( $\Lambda > 0$ ) führt.

#### 2.2.5 Geordnete Ionenstrahlen

Ein Ionenstrahl hoher Phasenraumdichte kann als einkomponentiges, nicht neutrales raumladungsdominiertes Plasma angesehen werden. Zur Charakterisierung des Ionenplasmas im Hinblick auf seinen Phasenzustand wird der sogenannte *Plasmaparameter* 

$$\Gamma = \frac{E_{Coul}}{E_{therm}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{ak_{\rm B}T}$$

verwendet, der aus dem Verhältnis von der elektrostatischen Energie aufgrund von Coulombkräften zwischen direkt benachbarten Ionen und der thermischen Energie des Ionenensembles besteht. Für den Fall des isotropen Ionenplasmas ist der charakteristische Abstand *a* der Wigner-Seitz-Radius  $a = \sqrt[3]{3/(4\pi n)}$ , wobei *n* die räumliche Dichte angibt [Hab95]. Mit dieser Definition kann ein thermischer Ionenstrahl als ein schwach gekoppeltes Plasma mit  $\Gamma \ll 1$  interpretiert werden. Eine kurzreichweitige eindimensionale Ordnung in einer flüssigkeitsähnlichen Phase wird für  $\Gamma \approx 1$  erwartet. Ein Phasenübergang zu einem Coulombkristall mit langreichweitiger räumlicher Korrelation tritt für  $\Gamma \geq 170$  [Has99] auf. Der Ionenabstand bestimmt dabei die Art der Teilchenanordnung [Has90]. Bei großem Ionenabstand ordnen sich die Teilchen in der Form einer linearen Kette an. Bei höheren Dichten weichen die Ionen in transversaler Richtung einander aus, so daß nacheinander Zick-zack- und Helix-Strukturen entstehen.

Da in lasergekühlten Ionenstrahlen mit  $T_{\parallel} \sim 1 \text{ K}$  und  $T_{\perp} \gtrsim 100 \text{ K}$  eine starke Temperaturanisotropie herrscht, stellt sich die Frage, ob die Ausbildung *eindimensionaler* Ordnungsphänomene in transversal heißen Strahlen, wie in Abb. 2.12 idealisiert dargestellt, möglich ist. Offensichtlich ist der Plasmaparameter  $\Gamma$  kein geeignetes Maß für den eindimensionalen Phasenzustand. Die "longitudinale potentielle Energie", die zur thermischen Energie  $k_{\rm B}T_{\parallel}$  ins Verhältnis zu setzen ist, liefert das folgende Modell: Man



**Abbildung 2.12:** Idealisiertes Bild von der Ausbildung einer eindimensionalen Ordnung in Ausbreitungsrichtung s. Die scheibenförmigen Ladungsverteilungen mit  $gau\beta$ förmigem transversalen Dichteprofil ordnen sich im Abstand d voneinander an.

betrachtet zwei in Strahlrichtung *s* infinitesimal schmale Ladungsverteilungen  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  im Abstand *d*, die in radialer Richtung ein auf q = e normiertes gaußförmiges Profil der Standardabweichung  $\sigma$  haben. D. h. man nimmt ohne Beschränkung der Allgemeinheit an:

$$\rho_1(\vec{x}) = e\delta(s)\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-r^2/(2\sigma^2)}$$
$$\rho_2(\vec{x}') = e\delta(s'-d)\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-r'^2/(2\sigma^2)}$$

Hierbei bezeichnet  $\delta(s)$  die Dirac'sche Deltadistribution und  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  ist der radiale Abstand von der s-Achse. Die integrale Coulomb-Kraft in s-Richtung

$$F_s(l,\sigma) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3x \int d^3x' \frac{\rho_1(\vec{x})\rho_2(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} (s - s')$$

zwischen den "Ladungsscheibchen" mit Abstand l läßt sich durch Monte-Carlo-Integration einfach berechnen. Die numerische Integration

$$\int_{\infty}^{d} F_s(l,\sigma) dl = E_{long}(d,\sigma)$$

liefert schließlich die Energie  $E_{long}$ , die der potentiellen Energie der Konfiguration bezüglich des longitudinalen Einschlusses entspricht. Diese Energie ist in Abb. 2.13 für  $\sigma \approx 821 \mu m$ 

über d aufgetragen. Bei diesem Wert für  $\sigma$  des Ionenstrahlprofils handelt es sich um einen Meßwert, der nach dem plötzlichen Verschwinden von IBS registriert wurde (s. Abb. 5.8). Das kleine Diagramm zeigt  $E_{long}$  skaliert auf die potentielle Energie  $E_{punkt} = e^2/(4\pi\epsilon_0 d)$  zweier Punktladungen im Abstand d. Für große Abstände geht  $E_{long}$  erwartungsgemäß



**Abbildung 2.13:** Potentielle Energie von zwei gaußförmigen "Ladungsscheibchen" mit Gesamtladung e in Bezug auf den longitudinalen Einschluß in Millielektronvolt bzw. normiert auf die Coulombenergie zweier Punktladungen e (kleines Bild).

in  $E_{punkt}$  über. Für  $d \to 0$  ist  $E_{long}$  gleich der Differenz zwischen der Selbstenergie eines beschriebenen gaußförmigen Ladungsscheibchens der Gesamtladung q = 2e und zwei mal dieser Selbstenergie für q = e. Somit wird bei der Angabe des *longitudinalen Plasmaparameters*  $\Gamma_{\parallel} = E_{long}(d, \sigma)/E_{therm}(T_{\parallel})$  neben der longitudinalen und über  $\sigma$  der transversalen Strahltemperatur zusätzlich die longitudinale Liniendichte  $\lambda = dN/ds$  durch  $d = 1/\lambda$  berücksichtigt.

Die Definition von  $E_{long}$  über  $d = 1/\lambda$  ist streng genommen nur im Grenzfall einer starren linearen Anordnung der Ladungsscheibchen sinnvoll. Falls die Ladungen longitudinal gegeneinander schwingen oder sich durchdringen, wie es im gasförmigen Zustand der Fall ist, gibt d weiterhin den zeitlich gemittelten longitudinalen Abstand an. Die mittlere longitudinale Energie ist jedoch wesentlich größer, da die Abhängigkeit vom momentanen Scheibchenabstand nichtlinear ist und der Energiebeitrag  $\Delta E_{<}$  zu  $E_{long}$ im geringeren Abstand  $d - \Delta d$  viel größer ist als der Beitrag  $\Delta E_{>}$  im Abstand  $d + \Delta d$ . Daher ist der longitudinale Plasmaparameter im Falle  $\Gamma_{\parallel} \ll 1$  kein quantitatives Maß für den Phasenzustand, sondern er gibt lediglich qualitativ die Abweichung von einer starren linearen Struktur an.

### 2.3 Experimenteller Aufbau und Meßmethoden

#### 2.3.1 Der Speicherring

Sämtliche hier vorgestellten Experimente wurden am Testspeicherring (TSR) des Max-Planck-Instituts für Kernphysik in Heidelberg mit Beryllium <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionen durchgeführt. Eine schematische Übersicht ist in Abb. 2.14 zu sehen. Der Ring besitzt einen Umfang C = 55, 4 m. Nach Beschleunigung der Ionen auf 7,3 MeV durch einen Tandem-van-de-Graaf Beschleuniger werden diese mit  $v_{ion} = 1, 25 \cdot 10^7$  m/s (entsprechend 4,19% der Lichtgeschwindigkeit) injiziert. Durch Multiturn-Injektion [Bis90] (Aufsummieren von 40 Injektionen) wird ein Strahlstrom von  $I_{ion} \approx 0,3-1\mu$ A erzeugt, was einer Teilchenzahl von  $N \approx 1 - 3 \cdot 10^7$  Ionen im gesamten Ring entspricht. Im folgenden beziehen sich die Angaben zum Strahlstrom stets auf den zum Zeitpunkt der Injektion gemessenen Wert. Stöße mit Restgasatomen bei einem Druck von  $3 - 5 \cdot 10^{-11}$  mbar begrenzen die mittlere Strahllebensdauer auf  $\tau \approx 25-50$  s.



**Abbildung 2.14:** Schematischer Aufbau des Heidelberger Testspeicherringes (TSR) mit den für die weiteren Versuche nötigen Diagnoseeinrichtungen.

#### 2.3.2 Lasersystem

Zum Laserkühlen von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionen wird der Übergang  ${}^{2}S_{1/2} \rightarrow {}^{2}P_{3/2}$  benutzt (Abbildung 2.15). Er besitzt eine Anregungsenergie von 3, 96 eV, die im Ruhesystem der Ionen einer



Abbildung 2.15: Termschema von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>.

Wellenlänge von  $\lambda = 313, 13$  nm entspricht. Die Lebensdauer liegt bei  $\tau = 8, 3 \cdot 10^{-9}$  s.

Die Bewegung der Ionen führt zu einer Dopplerverschiebung von 12,83 nm, so daß die 300,3 nm Linie eines Argon-Ionenlasers verwendet werden kann. Der Laserstrahl wird auf einer geraden Sektion des Ringes auf einer Strecke von etwa 5m dem Ionenstrahl in Flugrichtung überlagert, so daß er beschleunigend wirkt. Der Grundzustand von  ${}^{9}\mathrm{Be^{+}}$ besitzt jedoch eine Hyperfeinaufspaltung von 1,25 GHz im Ruhesystem des Ions, die größer ist als die natürliche Linienbreite des Übergangs von 19,4 MHz. Zum Erreichen eines optisch geschlossenen Systems sind deshalb zwei um 1.3 GHz (im Laborsystem) gegeneinander verstimmte Laserstrahlen nötig, mit denen Ionen aus dem F = 1 und F = 2Grundzustand angeregt werden können. Für die Laserkühlung ist die Frequenzstabilität der Lichtquellen unabdingbare Voraussetzung, weshalb ein entsprechendes Regelsystem vorhanden sein muß (Abbildung 2.16) [Bec92, Gru93]. Verwendet werden zwei Ar<sup>+</sup>-Laser der Firma Coherent, von denen der eine als *Master*- (INNOVA 400) der andere als *Slave*-Laser (INNOVA 200) bezeichnet wird. Bei den Experimenten wurde mit einer Laserleistung von je etwa 90 mW gearbeitet. Die Frequenz des Masters wird über ein Fabry-Perot Interferometer an einen frequenzstabilisierten HeNe-Laser als Referenz gekoppelt. Zur Stabilisierung obiger Differenzfrequenz von 1.3 GHz zwischen Master und Slave wird jeweils ein Teil des Lichts beider Laser überlagert und das entstehende Schwebungssignal mit einer schnellen Photodiode direkt detektiert. Durch Frequenzvergleich dieses Signales mit einem Oszillator der geforderten Frequenz wird über ein Frequenzstabilisierungsschema nach dem in [Sch99] erläuterten Prinzip ein Fehlersignal generiert, mit dem die Frequenz des Slave-Lasers durch Ändern seiner Resonatorlänge geregelt wird.

Nach Überlagerung der Strahlen beider Laser durchlaufen diese ein Teleskop, das den Strahl um das 1, 5-fache aufweitet. Damit liegt später der Fokus ( $\approx 2 \text{ mm}$  Durchmesser) auf der Überlappstrecke. Der Strahldurchmesser liegt damit in der Größenordung des Ionenstrahldurchmessers. Von den Lasern bis zum Eintrittsfenster am Speicherring wird über dielektrische Spiegel eine Strecke von etwa 23 m zurückgelegt. Dies hat aufgrund Vibrationen und Luftströmungen Strahllageschwankungen zur Folge, die durch eine aktive



Abbildung 2.16: Schematische Anordnung des verwendeten Lasersystems.

Regelung weitgehend kompensiert werden [Wer93]. Gleichzeitig kann damit der Laserstrahl mit einer Genauigkeit von unter 100  $\mu$ m in horizontaler und vertikaler Richtung positioniert werden.

#### 2.3.3 Fluoreszenzdiagnose

Das Fluoreszenzlicht, das von den Ionen abgestrahlt wird, die sich in Resonanz mit dem Kühllaser befinden, kann auf zweierlei Weise diagnostiziert werden. Im ersten Fall wird die Intensität des Fluoreszenzlichts mit zwei Photomultipliern (PM1,2) über viele Sekunden gemessen. Dabei befindet sich PM1 in einem geerdeten Bereich entlang der Laserkühlstrecke des TSR. Das dort gemessene Fluoreszenzlicht ist proportional zur Anzahl derjenigen Ionen, die direkt in Resonanz mit dem Kühllaser sind, d.h. effizient gekühlt werden und zu einem longitudinal kalten Ionenensemble gehören. PM2 befindet sich im Bereich der Driftröhrenanordung, die für die FBE genutzt wird. Da in den Randfeldern Ionen nichtresonant adiabatisch angeregt werden, entspricht dem gemessenen Fluoreszenzsignal die Anzahl der Ionen, die nicht direkt dem Laserkühlprozeß unterliegen, d.h. einer heißen Fraktion angehören. Entsprechende Fluoreszenzverläufe sind in Abb. 5.1 dargestellt.

Bei der zweiten Diagnosemethode (sog. HV-Scans) wird die Verschiebung der Absorptionsfrequenz der Ionen im Laborsystem durch den Dopplereffekt ausgenutzt, wenn die Ionen am Ort von PM1 lokal beschleunigt oder abgebremst werden [Pet93]. Dies wird dadurch bewerkstelligt, daß an die Driftröhrenanordnung von PM1 eine Hochspannung  $U_{tube}$  angelegt wird (s. Abb. 2.17). In dem resultierenden Potential  $E_{pot} = eU_{tube}$  ändert



**Abbildung 2.17:** Schematischer Aufbau zur Fluoreszenzdiagnose. Darunter ist der Verlauf der longitudinalen Geschwindigkeit beim Durchflug eines Ions angedeutet

sich die Ionengeschwindigkeit lokal um  $\Delta v = eU_{tube}/p_0$ . Variiert man  $U_{tube}$  mit einer konstanten Rampensteigung, dann wird gleichförmig jede Geschwindigkeitsklasse lokal mit dem Kühllaser in Resonanz gebracht. Die Spannungsrampe läuft typischerweise 100 ms von -1.5 kV bis +1.5 kV, entsprechend einem Geschwindigkeitsbereich von 1300 m/s. Die zeitliche Struktur des Fluoreszenzsignals gibt damit die longitudinale Geschwindigkeitsverteilung wieder. In einem äquivalenten Bild bleibt die Absorptionsfrequenz fest, während der Laser verstimmt wird. Da bei einem HV-Scan die Ionenverteilung nicht wesentlich beeinflußt wird, können während des Kühlvorgangs wiederholt Messungen durchgeführt werden (sog. Multi-HV-Scans).

Bei der Interpretation der HV-Scanbilder ist zu beachten, daß es sich um einen bichromatischen Laserstrahl handelt und das <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ion zwei atomare Übergänge besitzt. In Abb. 2.18 ist das Bild dargestellt, was sich bei der Verstimmung der Laserfrequenzen (durchgezogene Linie) aus Sicht der Ionen ergibt.

Die Ionenübergangsfrequenzen sind gestrichelt eingezeichnet. Offensichtlich gibt es vier Schnittpunkte, wobei die beiden mittleren zeitgleich auftreten. Somit entsteht die angedeutete 3-Peak-Struktur.

Mathematisch entspricht das dopplerverbreiterte Absorptionsspektrum  $P_{at}(\nu)$  des Ionenensembles der Faltung des natürlichen Linienspektrums  $P_{nat}(\nu)$  von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup> mit der über den Dopplereffekt in den Frequenzbereich transformierten Geschwindigkeitsvertei-



**Abbildung 2.18:** Die Verstimmung des bichromatischen Kühllasers über die zwei Ubergangsfrequenzen von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup> ergibt drei Fuoreszenzmaxima beim HV-Scan.

lung  $P_v(v) = P_D(\lambda \nu)$ .

$$P_{at}(\nu') = \int_{-\infty}^{+\infty} P_D(\nu'') P_{nat}(\nu'' - \nu') d\nu''$$

Da die Linienbreiten der atomaren Übergänge ( $\Delta \nu_{nat} \approx 120$  MHz) i.A. viel kleiner als die Dopplerverbreiterung ( $\Delta \nu_D = 1/\lambda \sqrt{k_{\rm B}T_{\parallel}/m}$ ) sind, läßt sich schreiben:

$$P_{nat}(\nu'' - \nu') = a_1 \delta(\nu'' - \nu') + a_2 \delta(\nu'' - \nu' - \delta\nu)$$

Hierbei geben  $a_{1,2}$  die Stärken der Übergänge an, und  $\delta\nu \approx 1.3 \text{ GHz}$ . Es folgt  $P_{at}(\nu') = a_1 P_D(\nu') + a_2 P_D(\nu' + \delta\nu)$ . Das Verstimmen des bichromatischen Laserprofils  $P_{las}$  über das Absorptionsspektrum  $P_{at}(\nu)$  entspricht wiederum einer Faltung. Da die Linienbreiten der Laserlinien ( $\Delta\nu_{Las} \approx 3 \text{ MHz}$ ) ebenfalls vernachlässigbar sind gegen  $\Delta\nu_D$ , gilt  $P_{Las}(\nu - \nu') = l_1 \delta(\nu - \nu') + l_2 \delta(\nu - \nu' - \delta\nu)$ . Es folgt für das beim HV-Scan gemessene Spektrum

$$P_{HV}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{at}(\nu') P_{las}(\nu - \nu') d\nu'$$
  
=  $c_1 P_D(\nu) + c_2 P_D(\nu + \delta\nu) + c_3 P_D(\nu + 2\delta\nu)$  . (2.12)

Dabei wurden die Substitutionen  $c_1 = a_1 l_1$ ,  $c_2 = a_1 l_2 + a_2 l_1$  und  $c_3 = a_2 l_2$  benutzt.

Es liegt also nahe, die tatsächliche Geschwindigkeitsverteilung  $P_v$  dadurch zu ermitteln, daß  $P_{HV}$  zweimal mit einer Summe aus zwei um  $\delta \nu$  gegeneinander verschobene  $\delta$ -Distributionen analog zu  $P_{nat}$  und  $P_{las}$  entfaltet wird. Ein Versuch, von einem typischen HV-Scan durch zweimaliges Entfalten auf  $P_v$  zu schließen, ist in Abb. 2.19 dargestellt. Bild (a) zeigt das gemessene Profil, (b) die Verteilung nach dem ersten Entfalten und (c) nach dem zweiten Entfalten. Da jedoch das Ergebnis des numerischen Entfaltens sehr kritisch von den Parametern  $a_{1,2}$ ,  $l_{1,2}$  und  $\delta \nu$  abhängt, sind die mit dieser



**Abbildung 2.19:** Schrittweises Entfalten des Fluoreszenzsignals beim HV-Scan (a)-(c) bzw. Anpassung einer Summe von Gaußverteilungen (d).

Methode berechneten Erbebnisse nicht quantitativ verwertbar. Außerdem wurde bisher nicht berücksichtigt, daß die erwünschte Verteilung  $P_{HF}$  wegen laserinduzierter Veränderungen des Profils während des HV-Scans nicht die exakte Geschwindigkeitsverteilung wiederspiegelt.

Um dennoch die Daten im Hinblick auf eine Bestimmung der longitudinalen Temperatur und des Verhältnisses von der Anzahl lasergekühlter Ionen zum heißen Untergrund auswerten zu können, wurde in dieser Arbeit folgendes Verfahren verwendet: Unter der Annahme,  $P_v$  bestehe aus der Summe einer schmalen und einer breiten Gaußverteilung folgt mit Gl. 2.12, daß  $P_{HV}$  aus drei unterschiedlich gewichteten und um  $\delta \nu$  gegeneinander verschobenen solcher Verteilungen zusammengesetzt ist. Entsprechend lassen sich die Varianzen und eingeschlossenen Flächen aus einer Anpassung von sechs Gaußverteilungen an die Rohdaten bestimmen. Im folgenden wird die longitudinale Temperatur  $T_{\parallel}$  nach der Definitionsgleichung 2.5 aus der Varianz der schmalen Unterverteilung bestimmt und bezieht sich folglich ausschließlich auf das kalte Subensemble. Die mit dieser Methode aus den in Abb. 2.19 (a) gezeigten Meßdaten ermittelte Zweikomponentenverteilung ist in Teilbild (d) abgebildet.

#### 2.3.4 Pickup-Diagnose der longitudinalen Ionendichteverteilung

Das Meßprinzip des elektrostatischen Pickupsystems beruht auf der Influenzierung von Spiegelladungen auf einer Metallröhre, durch die sich ein Ionenstrahl mit variablem Strahlstrom  $I_{ion}$  bewegt. Zusammen mit der geerdeten Strahlrohrwand bildet der Metallzylinder der Länge L eine Kapazität C (s. Abb. 2.20). Die influenzierten Ladungen fließen über einen sehr großen Widerstand R auf oder ab, an dem der so entstehende Strom I gemessen werden kann. Für die an R abfallende Spannung U gilt wegen der Größe von R in guter Näherung U = Q/C. Für die durch den Ein- bzw. Austritt der Ladungsträger in das Metallrohr induzierte Ladungsänderung  $\dot{Q} = I$  gilt:

$$\dot{Q} = I_{ion}(t) - I_{ion}(t - \Delta t)$$



Abbildung 2.20: Aufbau des Pickup-Diagnosesystems

 $\Delta t$  gibt dabei die Ionendurchflugszeit durch die Röhre an. Unter der Annahme einer kurzen Durchflugszeit im Vergleich zur Änderung der longitudinalen Ionenverteilung gilt die Näherung  $I_{ion}(t) - I_{ion}(t - \Delta t) \approx \dot{I}_{ion}(t)\Delta t$ . Einsetzen und Integration liefert schließlich

$$U(t) = \frac{L}{vC}I_{ion}(t)$$

Damit können Fluktuationen des Ionenstroms wie die Ionenverteilung in einem Bunch der Länge b als Spannungssignal gemessen werden, unter der Voraussetzung, daß  $b \ll L$ . In den Experimenten ist diese Bedingung wegen  $b \approx 9 \,\mathrm{m}$  und  $L=8 \,\mathrm{cm}$  gut erfüllt, wobei  $C=120 \,\mathrm{pF}$ . Das Meßignal U wird durch einen Verstärker hoher Eingangsimpedanz auf einige Millivolt verstärkt, einem Speicheroszilloskop zugeführt und von einem PC ausgelesen. Da der Ionenstrahl bei diesem Verfahren unbeeinflußt bleibt, sind Zeitreihenmessungen während des Kühlvorgangs möglich. Die gesamte Anordnung besitzt eine Hochpaßcharakteristik mit einer unteren Grenzfrequenz von  $1/RC \approx 50 \,\mathrm{kHz}$ . Zur Korrektur der sich ergebenden Hochpaßverzerrungen wird folgende Methode verwendet: Man betrachtet eine oder mehrere ganze Peioden der Länge T des Messignals, für die man numerisch die ersten ca. 100 Fourierkomponenten ermittelt. D. h. aus den Ausgangsdaten  $f_A(t)$  werden die Amplituden

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f_A(t) \cos(n\omega t) dt$$
 und  $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f_A(t) \sin(n\omega t) dt$ 

berechnet, mit  $\omega = 2\pi/T$  und n = 1, 2, 3, ... Bei der Hochpaßkorrektur wird jeweils die n-te Amplitude mit

$$k_n = \frac{\sqrt{1 + (n\omega/\omega_g)^2}}{n\omega/\omega_g}$$

multipliziert [Roh87]. Die Grenzfrequenz  $\omega_g = 1/RC \approx 50 \text{ kHz}$  kann durch Anpassung einer Exponentialfunktion an die untere Kante einer Periode der Rohdaten bestimmt werden. Der Kehrwert der so ermittelten Zeitkonstanten entspricht dann  $\omega_g$ . Die Phase der n-ten Komponenten wird außerdem um

$$\phi_n = \arctan\left(\frac{\omega_g}{n\omega}\right)$$

verschoben. Die Rücktransformation in den Zeitbereich liefert dann das korrigierte Signal

$$f_E(t) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n \left( a_n \cos(n\omega t + \phi_n) + b_n \sin(n\omega t + \phi_n) \right) \quad .$$

Eine Periode eines typischen Pickupsignals ist in Abb. 2.21 (a) aufgetragen. Nach dem Anwenden des beschriebenen Korrekturverfahrens ergibt sich der in (b) gezeigte Verlauf.



**Abbildung 2.21:** Das gemessene Pickupsignal (a) wird durch Modifikation seiner Fourier-Komponenten korrigiert (b).

#### 2.3.5 Der Strahlprofil-Monitor

Mit dem Strahlprofil-Monitor (*engl. beam-profile-monitor*, BPM) kann lokal die horizontale und vertikale Dichteverteilung des Ionenstrahls gemessen werden. Aus den Breiten der Verteilungen können nach Gl. 2.3 und Gl. 2.4 die Strahltemperaturen und Emittanzen ermittelt werden. Dabei wird der endliche Restgasdruck im Strahlrohr im Bereich des BPM ausgenutzt. Beim Stoß eines Ions mit einem Restgasatom kommt es zur Ionisation, wobei die entsprechende Häufigkeit direkt von der lokalen Ionendichte abhängt. Die entstehenden Restgasionen werden von einem vertikal bzw. horizontal anliegenden elektrischen Feld  $|\vec{E}|=60$  kV/m auf eine Mikrokanalplatte beschleunigt, wo sie ortsaufgelöst nachgewiesen werden (Abb. 2.22). Die Mikrokanalplatte wird von einer Digitalelektro-



Abbildung 2.22: Aufbau des Strahlprofil-Monitors

nik ausgelesen [Hoc94]. In dieser Arbeit werden die in [Lau99] erläuterten Beziehungen zwischen der Varianz einer an die gemessene horizontale Ortsverteilung angepasste Gaußkurve  $\langle x^2 \rangle$  und der horizontalen Emittanz bzw. Temperatur verwendet:

$$\varepsilon_h = 0.34 \times 10^{-6} \cdot \langle x_h^2 \rangle \frac{\pi \,\mathrm{m \, rad}}{\mathrm{mm}^2}$$
$$T_h = 1.83 \times 10^4 \cdot \langle x_h^2 \rangle \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{mm}^2} \quad .$$

Zur Erhöhung der Zählrate wurde bei einigen Messungen der Restgasdruck am Ort des BPM erhöht. Dazu wurde das Strahlrohr in unmittelbarer Nähe des BPM aufgeheizt, was zur Desorption angelagerter Atome von der Strahlrohrwand führt. Dadurch ergab sich eine lokale Verschlechterung des Vakuums um etwa einen Faktor 10 und eine Halbierung der Strahllebensdauer.

#### 2.3.6 Das Timing

Die typische Dauer eines Meßzyklus liegt im Bereich von etwa zwei bis vier Strahllebensdauern (d.h. ca. 60-200 s). Beim Laserkühlvorgang ist longitudinal (direkte Kühlung) die Gleichgewichtstemperatur nach ca. 1 ms erreicht, transversal stellt sich durch indirekte Kühlung das Gleichgewicht erst nach einigen Sekunden ein. Dichteabhängige Effekte wie z.B. transversales Aufheizen des Strahls bei abnehmendem IBS-Kühlen können dagegen je nach Wahl der Anfangsbedingungen auf der gesamten Zeitskala auftreten. Um ein möglichst vollständiges Bild der Zeitentwicklung des Phasenraums zu erhalten, wird ein dem Kühlvorgang angepaßtes Zeitschema für den Ablauf der Messungen festgelegt, das



Abbildung 2.23: Typisches Timing eines Meßzyklus

sogenannte *Timing*. Ein typisches Beispiel für ein solches Zeitschema ist in Abb. 2.23 abgebildet. Nach der Injektion wird der Ionenstrahl 6-10 s lang durch den Elektonenkühler vorgekühlt. Kurz danach wird der Laserstrahl eingeschaltet. Während eines Meßzyklus werden in regelmäßigen Abständen HV-Scans, Pickup- und BPM-Aufnahmen gemacht. Das Hochfrequenzfeld zum Strahlbunching bleibt permanent eingeschaltet. Um die statistischen Fehler zu verringern, wurde teilweise über 3-5 Injektionen gemittelt.

# Kapitel 3 Experimente

In den folgenden Kapiteln wird die Strahldynamik bei unterschiedlichen Kühlbedingungen mit Langzeitmessungen untersucht. Ziel ist es, mithilfe der bisher entwickelten Laserkühlmethoden und des erlangten Verständnisses der Ionendynamik optimale Kühlbedingungen herzustellen. Dazu werden die Meßdaten im Hinblick auf die maximal erreichbaren Werte für den longitudinalen Plasmaparameter ausgewertet. Außerdem wird in diesem Kapitel das Strahlverhalten bei transversalem Aufheizen behandelt. Die experimentellen Ergebnisse stammen aus den Strahlzeiten April und Juli '99.

### 3.1 Abgrenzung des Parameterraums

Seitdem vor etwa 10 Jahren erste Experimente zur Laserkühlung am TSR durchgeführt wurden, sind stetig Fortschritte bei der Erweiterung der Laserkühlmethoden und der Diagnoseverfahren erzielt worden. Ein bichromatischer Laserstrahl der Leistung  $P \leq 100$  mW, der dem Ionenstrahl überlagert wird, erzeugt eine maximale ringgemittelte longitudinale Kühlkraft von  $F_{sp} \leq 70$  meV/m. Der Teilchenverlust aus dem Fangbereich des Lasers durch "harte Stöße" kann durch die FBE effizient unterdrückt werden. Zur transversalen Strahlkühlung stehen die indirekten Kühlmechanismen mittels IBS und durch dispersive Kopplung in Verbindung mit einem transversalen Kühlkraftgradienten zur Verfügung. Durch Strahlbunching werden stabile Kühlbedingungen geschaffen ohne zeitliche Limitierung, was Langzeitmessungen über viele Strahllebensdauern ermöglicht. Insbesondere beim Strahlbunching mit rechteckförmigen Pseudopotentialen erweist sich die FBE als effiziente Methode zur Rückführung von Teilchen mit hoher Relativgeschwindigkeit in den Kühlprozeß.

Bei den im folgenden beschriebenen Messungen wurden neben der sinusförmigen HF-Spannung, bei der die Phasenraumdynamik ausführlich untersucht wurde [Lug96], eine Rechteckspannung mit und ohne zusätzlicher Spannungsrampe verwendet. Rechteckspannungen mit Rampe eignen sich zur Erzeugung von longitudinal homogenen Ionenverteilungen, in denen sich im Idealfall die Kräfte durch den Laser und das HF-Bucket im gesamten Bucketbereich kompensieren. Daher beeinflussen kleine Veränderungen des Kräfteverhältnisses die Ionendynamik und insbesondere die räumliche Struktur in deutlich meßbarem Maße [Eis98]. Im reinen Rechteckbucket ist eine Gegenkraft nur durch die Steilheit der Potentialwand gegeben, so daß die Ionendynamik bei größtmöglichen Gegenkräften untersucht werden kann.

Die vorhandenen Diagnoseverfahren ermöglichen Langzeitstudien des gesamten Phasenraums des Ionenstrahls. In longitudinaler Raumrichtung werden die Ortsverteilungen durch Pickup-Aufnahmen wiedergegeben. Die Ionenverteilungen im Geschwindigkeitsbereich lassen sich aus den HV-Scans ableiten, denen sowohl die Temperatur der kalten Ionenverteilung als auch das Verhältnis von kalter Ionenfraktion  $N_{kalt}$  zur Summe  $N_{kalt} + N_{heiss}$  von kalter Fraktion und heißem Untergrund,  $N_{kalt}/N_{gesamt}$ , entnommen wird. Bei diesen beiden Parametern handelt es sich um komplementäre Größen, die zwei unterschiedliche Aspekte der Zweikomponenten-Verteilung wiedergeben. Die Temperatur  $T_{\parallel}$  ergibt sich aus dem Gleichgewicht einer phasenraumdichteabhängigen Heizrate und der Kühlrate jeweils des kalten Subensembles. Dagegen gibt das Verhältnis  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  Auskunft darüber, wie effizient Ionen aus der heissen in die kalte Fraktion transferiert werden. Es stellt sich heraus, daß durch Variation der Verstimmung der Bunchfrequenz  $\delta \nu = (v_{soll} - v_{res})h/C$ , die longitudinale Temperatur  $T_{\parallel}$  auf Kosten von  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  verringert werden kann und umgekehrt (s. Abschn. 3.3).

Zur Diagnose des transversalen Freiheitsgrades steht der BPM zur Verfügung, wobei die Breite der gemessenen Ortsverteilung ebenfalls Aufschluß über die Geschwindigkeitsbreite und damit die transversale Temperatur gibt (Gl. 2.2). Bei der Auswertung der im folgenden beschriebenen Experimente werden nur Strahlprofilmessungen im horizontalen Freiheitsgrad berücksichtigt. Dies hängt damit zusammen, daß die Zählrate bei der vertikalen Strahlbreitenmessung bedingt durch den Aufbau des BPM geringer ist als im horizontalen Freiheitsgrad. Außerdem traten in der Strahlzeit Juli '99 Störsignale ungeklärter Ursache auf. Durch lineare Betatronkopplung (Abschn. 2.2.4) sind jedoch der horizontale und vertikale Freiheitsgrad gekoppelt, so daß die horizontale und vertikale Temperaturen übereinstimmen. Dies wird zu Beginn einer Strahlzeit mit der Messung des sogenannten "Blow-up", der freien transversalen Expansion des vorgekühlten Strahls, nachgeprüft. Zusätzlich erhält man von der Fluoreszenzdiagnose Echtzeitinformation über die Anzahl der mit dem Laser resonant oder nichtresonant wechselwirkenden Ionen, und damit über die Anzahl der Teilchen in der kalten bzw. heissen Fraktion der Zweikomponentenverteilung.

Bei der Wahl des Ionenstrahlstroms ist man nach oben durch die Beschleunigeranlage limitiert. Die Berylliumionen werden in der Ionenquelle zunächst im einfach negativen Ladungszustand erzeugt. Bei der Beschleunigung durch einen Van-de-Graaff-Tandembeschleuniger werden sie dann zu <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionen umgeladen. Einerseits liefert die Quelle nur einen begrenzten Strom dieser Ionensorte, andererseits entsteht bei der Umladung eine Vielzahl von Ladungszuständen, aus der der einfach positive massenspektroskopisch selektiert wird. Somit ergibt sich ein maximaler Ionenstrom im TSR von  $I \approx 5 \,\mu$  A bei ausgefahrener TSR-Blende. Nach unten gibt es für den Strahlstrom prinzipiell keine Begrenzung, jedoch sind Strahlströme von  $I \lesssim 10$  nA nach der Injektion in den TSR aufgrund der geringen Zählrate in den Meßinstrumenten nich sinnvoll.

Die Experimente wurden i. A. an Strahlen mit einem Strahlstrom von  $I \sim 200$  nA durchgeführt, was folgende Gründe hat. Zum einen wurde versucht, die gemäß den theoretischen Vorhersagen optimalen Bedingungen für eine Strahlkristallisation zu schaffen. Bei I = 200 nA ergibt sich eine Gesamtteilchenzahl von  $N = I\nu_{HF}/(eh) \approx 6 \cdot 10^6$  nach der Injektion (t = 0 s), die bei homogener Ionenverteilung einem mittleren Ionenabstand  $d = rC/N \approx 30 \,\mu\text{m}$  nach einer Zeit  $t \approx \tau \approx 30 \text{ s}$  entspricht. Hierbei bezeichnet e die Elementarladung, C den Speicherringumfang, h die Harmonischenzahl und r das Tastverhältnis (duty-cycle). Die Strahllebensdauer aufgrund von Stößen der Ionen mit dem Restgas liegt im Bereich  $30 \text{ s} \lesssim \tau \lesssim 50 \text{ s}$ . Für einen Ionenabstand der Größenordnung  $d \approx 30 \,\mu\text{m}$  sagen Modellrechungen eine mögliche Strahlkristallisation voraus. Zum anderen entnimmt man der Theorie der strahlinternen Streuung [Mie95] für gebunchte Strahlen den Zusammenhang zwischen Temperatur pro Freiheitsgrad  $T_i$  und der Teilchenzahl pro Bunch N/h

$$T_i \propto N^{0,35}$$
 . (3.1)

Demnach ergeben sich tiefere Temperaturen bei geringerer Teilchenzahl.

Bei der Wahl der Harmonischenzahl  $h = \nu_{HF}/\nu_{rev}$  gibt es ebenfalls limitierende Faktoren. Bei einer großen Harmonischenzahl und einer resultierenden Trägerfrequenz  $\nu_{HF} \gtrsim 1 \,\mathrm{MHz}$  treten Signalverzerrungen der rechteckförmigen Bunchspannung auf [Eis98]. Sehr kleine Harmonischenzahlen führen andererseits bei einem Tastverhältnis von 0.5 zu einer geringeren mittleren Synchrotronfrequenz, d.h. die Ionen treten seltener mit dem Laser in Wechselwirkung und der Kühlprozeß ist verlangsamt. Als guter Kompromiß hat sich h = 3 herausgestellt, wobei Vergleichsmessungen im Sinuspotential bei h = 15 durchgeführt wurden. Zur Einstellung einer geeigneten Bunchfrequenz  $\nu_{HF}$ muß zunächst die Lage des Lasermaximums in Einheiten der Bunchfrequenz ermittelt werden. Dazu wird die Bunchfrequenz grobeingestellt und nach unten verstimmt, bis mit  $v_{res} = v_{soll} \, der \, \ddot{U}$ bergang von stabilen Kühlbedingungen zum longitudinalen Aufheizen erreicht ist. Dies äußert sich im Ubergang von einer mit HV-Scans gemessenen Zweikomponentenverteilung zu einem annähernden Verschwinden der Fluoreszenzzählrate. Dann verstimmt man die Bunchfrequenz um  $\Delta \nu \approx 3 \, \text{Hz}$ , so daß man eine longitudinal möglichst schmale kalte Ionenverteilung bei hinreichend großem Verhältnis  $N_{kalt}/N_{gesamt}$ erhält. Im Falle von Rechteckbunching mit zusätzlicher Rampe kann während eines Injektionszyklus die longitudinale Ionenverteilung mit dem Pickup-Meßgerät verfolgt werden und solange die Bunchfrequenz nachgeregelt werden, bis die Ortsverteilung im Bunchbereich ausgeglichen erscheint, d. h. keine Fehlanpassungskraft vorhanden ist und eine konstante Ionendichte herrscht.
Die Einstellung der Breite des Laserstrahls ist durch zwei Randbedingungen bestimmt: Zum einen ist man bestrebt eine möglichst große Laserintensität im Bereich des Ionenstrahls zur effizienten Kühlung zu erreichen. Da die Intensität quadratisch mit dem Kehrwert des Strahlradius zusammenhängt, sollte dieser möglichst klein gewählt werden. Zudem werden die beiden Laser, welche den bichromatischen Kühllaserstrahl liefern, bei maximaler Leistung betrieben. Andererseits muß gewährleistet sein, daß die Laserintensität im Bereich des Ionenstrahls annähernd konstant ist. Anderenfalls wird der Ionenstrahl uneinheitlich longitudinal gekühlt, was zu einer transversalen Zweikomponentenverteilung führen kann (s. Abschn. 3.5). Die Standardabweichung des transversalen Ionenstrahlprofils im Falle von direkter und indirekter Strahlkühlung beträgt  $\sigma_{ion} \lesssim 400 \,\mu$ m. Somit ergibt sich für die Laserstrahltaille, die der zweifachen Standardabweichung des Laserstrahlprofils entspricht, ein sinnvoller Bereich von 1,2 mm  $\lesssim w_0 \lesssim 4$  mm. Die transversale Kühlrate bei dispersivem Kühlen in Abhängigkeit vom Laserstrahlversatz relativ zum Ionenstrahl ist in Abb. 2.11 dargestellt. Folglich ist die transversale Kühlrate bei einer relativen Parallelverschiebung von  $\Delta x \simeq w_0/2$  maximal.

Zur Bestimmung des Übergangsbereichs von dispersiver Kühlung zur Aufheizung wird zunächst durch kontrolliertes Verfahren des Laserstrahls der maximale Überlapp mit dem Ionenstrahl ermittelt. Dann verschiebt man den Laserstrahl in Schritten von 100  $\mu$ m parallel zum Ionenstrahl in Richtung des Ringinneren und mißt mittels HV-Scans die Fluoreszenz des Ionenstrahls. Nimmt die Gesamtfluoreszenz rasch mit der Zeit ab, so wird der Ionenstrahl dispersiv aufgeheizt und verschwindet aus dem Überlappbereich mit dem Laserstrahl. Dabei ist zu beachten, daß nach der Vorkühlung durch den Elektronenkühler über wenige Sekunden ein "Blow-up" stattfindet, so daß der transversale Kühleffekt durch IBS ausgeschlossen werden kann.

## **3.2** Vergleich der Laserkühlung in verschiedenen Bunchformen

In der Stahlzeit Juli '99 ist in mehreren Meßreihen die Phasenraumdynamik des longitudinal und transversal gekühlten Ionenstrahls bei verschiedenen Kühlbedingungen untersucht worden. Insbesondere wurde der Einfluß von drei unterschiedlichen Bunchpotentialformen auf die longitudinale und transversale Temperatur und auf den longitudinalen Plasmaparameter analysiert. Zusätzlich wurde die Abhängigkeit des Kühlprozesses von der FBE, der Bunchfrequenz, der Harmonischenzahl und der Laserintensität studiert. Bei den Experimenten wurden die Laser bei einer Gesamtleistung  $P \approx 90$  mW, gemessen in der Experimentiersektion, betrieben, bei einer Strahltaille  $w_0 \approx 1.7$  mm. Mit dem relativen Transversalversatz von Laser- und Ionenstrahl  $\Delta x = 600 \,\mu$ m wird eine effiziente transversale Kühlung bei großem Strahlüberlapp gewährleistet. Als Tastverhältnis wurde stets r = 0, 5 gewählt und zunächst wurde die dritte Harmonische der Umlauffrequenz zum Strahlbunching eingestellt. Die Verstimmung betrug  $\delta \nu = 4$  Hz, bei der die Ionenverteilung im Rechteckpotential mit Rampe homogen war und das Pickupsignal ausgeglichen erschien. Somit waren longitudinal und transversal optimale Kühlbedingungen gewährleistet.



**Abbildung 3.1:** *HV-Scanbilder (oben) und Pickupaufnahmen (unten) bei Strahlbunching mit verschiedenen Potentialformen und ohne FBE.* 

In Abb. 3.1 sind HV-Scanbilder (oben) und Pickupaufnahmen (unten) abgebildet, die der Geschwindigkeits- bzw. Ortsverteilung 20 s nach der Injektion entsprechen. Dabei wurden die schematisch dargestellten Bunchpotentialformen benutzt. Die FBE war bei dieser Messung ausgeschaltet. Man erkennt, daß die Maxima im HV-Scanbild im Falle von Sinusbunching deutlich schmaler sind als beim Rechteckbunching mit Rampe. Somit scheint der Kühlmechanismus im Sinusbucket effizienter zu sein als im Rechteckbucket mit Rampe. Beim reinen Rechteckpotential heben sich die schmalen Maxima kaum vom breiten Untergrund ab, was auf eine sehr ineffiziente longitudinale Kühlung hindeutet. Die räumliche Ionenverteilung im Rechteckbucket mit Rampe ist annähernd homogen, bei leichter Neigung nach links. Dies läßt sich damit erklären, daß eine Fehlanpassungskraft entsteht. Im Extremfall einer verschwindenden Rampensteigung (rechts) ergibt sich eine starke Erhöhung der Ionendichte am linken Bunchrand. Das Maximum der räumlichen Verteilung im Sinusbucket ist deutlich nach links verschoben, und man erkennt eine charakteristische rechte "Schulter". Der Grund für diese Asymmetrie ist, daß im Sinuspotential eine dem Laser entgegengerichtete Gegenkraft durch die räumliche Auslenkung der Ionen aus dem Potentialminimum entsteht (vgl. Abschn. 4.2).

Der Einfluß der FBE auf die Orts- und Geschwindigkeitsverteilungen im Falle von Rechteckbunching mit Rampe ist in Abb. 3.2 zu sehen. Im Geschwindigkeitsbereich



**Abbildung 3.2:** *HV-Scanbilder (oben) und Pickupaufnahmen (unten) im Falle von Rechteckbunching mit Rampe mit (rechts) und ohne (links) FBE.* 

scheint sich die FBE hauptsächlich verschmalernd auf den breiten Untergrund auszuwirken. Dies bestätigt, daß die FBE Ionen mit großer Geschwindigkeitsabweichung sehr effizient in die kalte Fraktion zurückführt. Die Breite der schmalen Maxima wird jedoch kaum von der FBE beeinflußt. Die räumliche Dichteverteilung erscheint bei eingeschalteter FBE homogen (vgl. Abb. 3.2).

Die zeitliche Entwicklung der nach Abschn. 2.3.3 aus den HV-Scans bestimmten Temperaturen und Verhältnisse  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  nach der Injektion (t = 0) ist in Abb. 3.3 dargestellt. Dabei wurden die drei angegebenen unterschiedlichen Bunchpotentialformen verwendet bei aus- bzw. eingeschalteter FBE. Die übrigen experimentellen Para-



**Abbildung 3.3:** Temperaturverlauf des kalten Ionensubensembles und Zeitverlauf des Anteils der gekühlten Fraktion an der Gesamtverteilung bei Strahlbunching mit verschiedenen Wellenformen und bei ein- und ausgeschalteter FBE (rechts bzw. links).

meter blieben bei diesen Messungen konstant. Man erkennt, daß die Temperatur (unten) und die Verhältnisse (oben) kaum mit der Zeit variieren. Die systematisch niedrigsten Temperaturen  $T_{\parallel} \approx 1$ K werden im Sinusbucket erreicht, während die Temperaturen im Rechteckbucket mit Rampe ca. 1 K darüberliegen. Im Falle des Strahlbunching mit einer reinen Rechteckspannung ist es mit dem verwendeten Verfahren wegen der kaum ausgeprägten Zweikomponentenverteilung (3.1) nicht möglich, signifikante Temperaturwerte zu ermitteln.

Mit eingeschalteter FBE liegen die Temperaturen beim Sinusbunching um ca. 0,5 K höher, bei Rechteckbunching mit Rampe um ca. 0,5 K tiefer als ohne FBE. Bei der zeitlichen Entwicklung der Verhältnisse  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  ist ebenfalls ein Trend zu erkennen, der durch andere Messungen bestätigt wird: Die höchsten Werte für  $N_{kalt}/N_{gesamt}$ erreicht man bei Rechteckbunching mit Rampe, die geringsten bei reinem Rechteckbunching. Dabei scheint die FBE keinen wesentlichen Einfluß zu haben. Insgesamt nimmt  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  mit der Zeit leicht zu, was vermutlich darauf zurückzuführen ist, daß die Ionenanzahl aufgrund von Restgasstößen exponentiell abnimmt, wodurch die Heizrate durch IBS geringer wird. Somit wird die longitudinale Kühlung effizienter.

Der Gesamtfehler bei der Temperaturbestimmung setzt sich zusammen aus der statistischen Schwankung der Meßdaten, die mit abnehmender Zählrate zunimmt, und einem systematischen Fehler bei der Anpassung von Gaußkurven an die HV-Scandaten. Dabei spielt die endliche Geschwindigkeitsauflösung, die Abweichung der Geschwindigkeitsverteilung von der Summe von drei Gaußkurven und die Deformation der Geschwindigkeitsverteilungen durch die Laserkraft während des HV-Scans ein Rolle. Insgesamt läßt sich die Unsicherheit in den Temperaturen bei Rechteckbunching mit Rampe und Sinusbunching auf ca. 0,5 K abschätzen, bei reinem Rechteckbunching mit mindestens 1 K. Der Fehler im Verhältnis  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  liegt bei etwa 0,1.

Die horizontalen Temperaturen werden durch die Anpassung einer Gaußkurve an die BPM-Daten ermittelt. Wie eingangs erwähnt, stimmen sie mit den vertikalen Temperaturen überein. Dabei muß berücksichtigt werden, daß der BPM aufgrund seines Funktionsprinzips eine endliche räumliche Auflösung hat. Ein unendlich schmaler Ionenstrahl erzeugt eine gaußförmige Meßkurve mit der sogenannten Auflösungsbreite. Somit entspricht die Meßkurve der Faltung des Strahlprofils mit einer Gaußkurve mit Auflösungsbreite. Da das transversale Dichteprofil eines gekühlten Ionenstrahls i.A. annähernd gaußförmig ist, ergibt sich die resultierende Breite aus der quadratischen Summe von Auflösungsbreite und Ionenstrahlbreite. Entsprechend ermittelt man die wahre Ionenstrahlbreite durch quadratische Subtraktion der Auflösungsbreite von der gemessenen Breite. Die Auflösungsbreite bestimmt man dabei mit dem folgenden Verfahren: In einem langen Meßzyklus (ca. drei Strahllebensdauern) wird die Abnahme der transversalen Temperatur und der Gesamtteilchenzahl durch Restgasstöße gemessen. Diese beiden Größen werden gegeneinander aufgetragen und durch Anpassung einer Kurve mit der bekannten Vorschrift 3.1 läßt sich die Auflösungstemperatur für eine verschwindende Teilchenzahl (N = 0) extrapolieren. Die Auflösungstemperatur im horizontalen Freiheitsgrad beträgt bei den beschriebenen Messungen  $T_{res} \approx 940 \,\mathrm{K}$ . Da sowohl bei der Messung der Auflösungstemperatur, als auch bei der Strahlprofilmessung ein Fehler  $\Delta x_{res}$  bzw.  $\Delta x_{ion}$  gemacht wird, ergibt sich eine Gesamtunsicherheit  $\Delta x = \sqrt{\Delta x_{res}^2 + \Delta x_{ion}^2}$ , die mit etwa 100 K abgeschätzt werden kann.

In Abb. 3.4 ist die zeitliche Entwicklung der transversalen Temperaturen in Abhängigkeit von der Bunchpotentialform und der FBE aufgetragen. Die entsprechenden Strahlprofilmessungen wurden während der selben Meßzyklen wie die Temperaturmessungen durchgeführt, die in Abb. 3.3 wiedergegeben sind. Bei ausgeschalteter FBE (linkes Teildiagramm) ist der gleiche Trend erkennbar, wie in Abb. 3.3 (oben). Die niedrigsten Temperaturen  $T \lesssim 600$  K herrschen bei Strahlbunching mit der Rechteckspannung mit Rampe, wobei die Temperaturen bei Sinusbunching nicht signifikant höher liegen. Bei Strahlbunching mit einer reinen Rechteckspannung liegen die transversalen Temperaturen mit  $T \gtrsim 400$  K deutlich darüber. Bei eingeschalteter FBE (rechtes Bild) fällt die



**Abbildung 3.4:** Zeitliche Entwicklung der transversalen Strahltemperatur bei unterschiedlichen Kühlbedingungen.

mittlere Temperaturdifferenz für die drei Wellenformen geringer aus, wobei an den ersten BPM-Aufnahmen die typische Abfolge für die Temperatur erkennbar ist: Rechteck mit Rampe, Sinus, reines Rechteck. Insgesamt stellt sich der Einfluß der FBE auf die betrachteten Größen als gering heraus. Lediglich im Falle des Strahlbunching mit der reinen Rechteckspannung gibt es transversal einen signifikanten Effekt. Das Sinuspotential und die Rechteckspannung mit zusätzlicher Rampe bei eingeschalteter FBE erweisen sich als etwa gleich effiziente Methode zur Erzeugung einer Gegenkraft beim Laserkühlen. Strahlbunching mit einer rein rechteckförmigen Wechselspannung ist dagegen ungleich weniger geeignet. Die Ionendynamik in den verschiedenen Hochfrequenzbuckets wird in Kap. 4 näher untersucht.

Als Maß für den Phasenzustand eines kalten Ionenstrahls wurde in Abschn. 2.2.5 der longitudinale Plasmaparameter  $\Gamma_{\parallel}$  motiviert. Bei der Bestimmung von  $\Gamma_{\parallel}$  gehen die longitudinalen und die transversalen Temperaturen und die longitudinale Ladungsdichte *n* ein. Sie entspricht dem Pickupsignal PU(s), falls es auf die bekannte Gesamtteilchenzahl *N* normiert ist:  $N = \int_0^C PU(s) ds$ . Der zeitliche Verlauf von  $\Gamma_{\parallel}$  für den Fall des Sinusbunching ohne FBE bei den angegeben experimentellen Parametern ist in Abb. 3.5 aufgetragen. Der Gesamtfehler ergibt sich aus den Unsicherheiten bei den HV-Scan-, BPM- und Pickup- und Strahlstrommessungen und ist entsprechend groß. In Tabelle 3.1 sind zusammenfassend die zeitlichen Mittelwerte für die longitudinalen und transversalen Temperaturen und den longitudinalen Plasmaparameter  $\Gamma_{\parallel}$  gegeben.

Als Fehler ist jeweils die Standardabweichung der Verteilung der einzelnen Meßwerte angegeben. Demnach ist die zeitlich gemittelte longitudinale Temperatur im Sinuspo-



**Abbildung 3.5:** Zeitliche Entwicklung des longitudinalen Gammaparameters im Falle von Sinusbunching ohne FBE.

Potentialform	$T_{\parallel}$ (K)		$T_{\perp}$ (K)		$\Gamma_{\parallel}$	
FBE:	aus	an	aus	an	aus	$\operatorname{an}$
Rechteck&Rampe	$2,\!6\pm\!0,\!5$	$2,7{\pm}0,6$	$400 \pm 200$	$300{\pm}100$	$0,039{\pm}0,010$	$0,038{\pm}0,011$
Sinus	$1,1{\pm}0,3$	$1,6{\pm}0,2$	$400 \pm 200$	$400 \pm 200$	$0,081{\pm}0,008$	$0,067{\pm}0,008$
Rechteck	$2,0\pm 1,0$	$3,1\pm1,8$	$700 \pm 200$	$500 \pm 200$	$0,040 \pm 0,034$	$0,057{\pm}0,037$

**Tabelle 3.1:** Longitudinale und transversale Temperaturen und der longitudinale Plasmaparameter bei verschiedenen Bunchpotentialformen und bei aus- bzw. eingeschalteter FBE.

tential ohne FBE am tiefsten. Die mittleren transversalen Temperaturen im Sinus- und Rechteckpotential mit Rampe sind im Rahmen der Unsicherheit gleich, wobei beim reinen Rechteckbunching signifikant höhere Temperaturen herrschen. Aus den Temperaturen und der maximalen longitudinalen Ionendichte errechnet sich der longitudinale Plasmaparameter  $\Gamma_{\parallel}$ . Unter den genannten Kühlbedingungen ist er im Falle des Sinusbunching ohne FBE maximal. Dies ist auf die geringe longitudinale Temperatur und die größere maximale Linienladungsdichte aufgrund der entsprechenden Bunchform zurückzuführen. Dabei führt die FBE zu einer Verringerung von  $\Gamma_{\parallel}$  im Gegensatz zum Rechteck, in dem der Effekt umgekehrt ist. Beim Rechteckbunching mit Rampe ist der Einfluß der FBE nicht signifikant. Die Werte für  $\Gamma_{\parallel}$  liegen somit in allen betrachteten Fällen in der selben Größenordnung zwischen 0,01 und 0,1.

### 3.3 Einfluss der Bunchfrequenz

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, über die Bunchfrequenz Einfluß auf die Strahlkühlung zu nehmen: Zum einen verändert sich bei der Variation der Harmonischenzahl hdie Länge des Hochfrequenzbuckets und damit die Synchrotronfrequenz. Somit oszillieren die Ionen häufiger durch die Laserresonanz, was Auswirkungen auf den Kühlprozeß hat. Zum anderen kann die Bunchfrequenz bei einer festen Harmonischenzahl in einem kleinen Bereich (~  $10^{-5}\nu_{HF}$ ) verstimmt werden. Dadurch verändert sich die Sollgeschwindigkeit, was zu einer Fehlanpassungskraft führt (s. Abb. 2.8) und dadurch die Ionendynamik verändert. Bei Verstimmungen der Bunchfrequenz  $\delta\nu < 0$  wirkt sich die Laserkraft stets beschleunigend auf die Teilchen aus, und der Ionenstrahl heizt sich auf.



**Abbildung 3.6:** Zeitliche Entwicklung der longitudinalen Temperaturen und des Verhältnisses  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  bei Strahlbunching mit der 15. Harmonischen der Umlauffrequenz und verschiedenen Verstimmungen  $\delta \nu$ .

In Abb. 3.6 sind die zeitlichen Verläufe der longitudinalen Temperaturen und der Verhältnisse  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  dargestellt, die bei Strahlbunching mit einer Sinusspannung der Peak-to-Peak-Spannung von 30 V bei der 15. Harmonischen der Umlauffrequenz gemessen wurden. Dabei wurde bei ein- und ausgeschalteter FBE die Bunchfrequenz um den angegeben Betrag verstimmt. Die FBE wirkt sich bei dieser Harmonischenzahl stärker auf den Frequenzbereich aus, in dem stabile Kühlbedingungen herrschen, weshalb unterschiedliche Werte für die Verstimmung der Bunchfreqenz bei ein- bzw. ausgeschalteter FBE gewählt wurden. Der Strahlstrom betrug etwa 300 nA und mit dem relativen Laserstrahlversatz  $\Delta x = 600 \,\mu$  m bei einer Strahltaille  $w_0 \approx 2,2$  mm war eine hohe transversale Kühlrate bei großem Strahlüberlapp gewährleistet.

Bei den in Abb. 3.6 aufgetragenen Größen ist für die gewählte Länge des Meßzyklus

die Abhängigkeit von der Zeit und folglich von der Teilchenzahl nicht signifikant. Man erkennt folgende Abhängigkeit der Temperaturen und Verhältnisse von der Verstimmung der Bunchfrequenz: Bei geringer Verstimmung ist die longitudinale Temperatur bei einund ausgeschalteter FBE niedriger, der Anteil der Ionen in der kalten Fraktion der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung ist jedoch etwas größer. Diese Tendenz ist bei eingeschalteter FBE nicht mehr signifikant zu erkennen. Insgesamt liegen die Temperaturen und Verhältnisse  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  in dem gleichen Bereich, wie bei der Strahlkühlung mit der 3. Harmonischen (Abb. 3.3).



**Abbildung 3.7:** Zeitverläufe der transversalen Temperaturen bei Strahlbunching mit der 15. Harmonischen und verschiedenen Verstimmungen  $\delta \nu$ 

Die transversalen Temperaturen (Abb. 3.7), die jeweils bei den selben Injektionszyklen gemessen wurden wie die longitudinalen Temperaturen, sind jedoch im Mittel um etwa 1000 K höher, als bei Bunching mit der 3. Harmonischen. Der Anstieg der Meßwerte nach  $t = 7 \,\mathrm{s}$  ist darauf zurückzuführen, daß während der Vorkühlung mit dem Elektronenkühler von t = 0 bis 6 s der Ionenstrahl effizienter transversal gekühlt wird und sich nach dem Aussetzen der Elektronenkühlung ausdehnt. Man erkennt wiederum einen Einfluß der Verstimmung der Bunchfrequenz, der jedoch entgegengesetzt zu dem Trend in den longitudinalen Temperaturen ist: Eine große Verstimmung der Bunchfrequenz führt transversal zu tieferen Temperaturen. Diese Tendenz wir durch die FBE unterdrückt. Dieses gegenläufige Verhalten hängt möglicherweise mit der Beobachtung zusammen, daß  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  für niedrigere longitudinale Temperaturen ansteigt. Bei einem stark ausgeprägten heißen Untergrund in der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung ist die mittlere longitudinale Kühlkraft gering, da die Wechselwirkungszeit mit dem Laser im Mittel sehr kurz ist. Somit ist der longitudinale Kühlprozeß nicht effizient. Zusätzlich ist die Kopplung der Freiheitsgrade über IBS bei einer aus der großen Geschwindigkeitsbreite resultierenden geringen Phasenraumdichte schwächer, so daß insgesamt der Energiefluß aus den transversalen Raumrichtungen in den longitudinalen Freiheitsgrad nicht so starkt ausgeprägt ist wie bei Bunching mit der 3. Harmonischen. Somit ergibt sich für den longitudinalen Plasmaparameter bei ausgeschalteter FBE  $\Gamma_{\parallel} = (5\pm 2) \cdot 10^{-2}$ , der für die drei gewählten Frequenzen im Rahmen der Schwankung gleich ist. Bei eingeschalteter FBE berechnet man  $\Gamma_{\parallel} = (3\pm 1) \cdot 10^{-2}$ . Diese Werte stimmen im Rahmen der beträchtlichen Unsicherheit mit den Werten überein, die sich bei Sinusbunching mit der 3. Harmonischen ergeben (Tab. 3.1).

#### 3.3.1 Variation der Laserleistung

In diesem Abschnitt soll kurz auf die Strahldynamik bei geringeren Werten der Laserleistung eingegangen werden. Die abnehmende Effizienz der Strahlkühlung bei schwächerer Laserleistung hat zum einen zur Folge, daß sich der Anteil der longitudinal kalten Ionen  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  und die transversale Temperatur verringern. Zum anderen führt ein abnehmender Sättigungsparameter im Kühlkraftprofil (s. Abb. 2.7) zur Verschiebung der stabilen Geschwindigkeit  $v^*$  zu niedrigeren Geschwindigkeiten. Wurde anfangs bei Strahlbunching mit einer Rechteckspannung und Rampe eine homogene räumliche Ionenverteilung eingestellt, so verlagert sich die Verteilung durch die auftretende Fehlanpassungskraft zu einer Bunchseite hin. Die Fehlanpassungskraft läßt sich jedoch durch Verstellen der Bunchfrequenz ausgleichen. Dazu beobachtet man in Echtzeit die Ionenverteilung mithilfe der Pickupmethode, und regelt die Bunchfrequenz solange nach, bis die Ionenverteilung ausgeglichen erscheint. Die Verstimmung der Bunchfrequenz liefert dann ein Maß für die Verschiebung des stabilen Punkts.



**Abbildung 3.8:** Verschiebung des stabilen Punkts in Einheiten der Bunchfrequenz als Funktion der Laserleistung bei zwei verschiedenen Steigungen der Hochfrequenzrampe.

In Abb. 3.8 ist die Verstimmung der Bunchfrequenz  $\delta \nu_{stab} = \nu_{stab} - \nu_{res}$  über die Laserleistung aufgetragen. Der Ionenstrahl wurde mit einer Rechteckspannung mit Rampe gebuncht, wobei die Rampensteigung 5 bzw. 10 V je Bunchlänge betrug. Man erkennt in beiden Fällen annähernd lineare Verläufe. Bei der geringeren Rampensteigung ergab sich durch die Abschwächung der Laserleistung von 80 auf 10 mW eine Verschiebung des stabilen Punkts in Einheiten der Bunchfrequenz von etwa 7 Hz. Dieser Wert ist wesentlich größer als die nach Gl. 2.11 erwartete Verschiebung von  $\delta \nu_{stab} \approx 1,5$  Hz. Die Verschiebung der stabilen Geschwindigkeit wird eingehend in Anhang A behandelt.

#### 3.4 Laserkühlung bei hohen Strahlströmen

In diesem Abschnitt soll die Dynamik lasergekühlter Ionenstrahlen bei hohem Strahlstrom behandelt werden. Dabei ist insbesondere der erreichbare longitudinale Plasmaparameter von Interesse.



**Abbildung 3.9:** Zeitliche Entwicklung der longitudinalen Temperaturen und Verhältnisse  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  bei einem Ionenstrahlstrom nach der Injektion von ca. 4µA und unterschiedlichen Werten für die Verstimmung der Bunchfrequenz.

Bei den bisherigen Messungen an relativ geringen Strahlströmen ( $I \lesssim 300 \text{ nA}$ ) befand sich stets eine Blende im Speicherring, die aufgrund ihrer begrenzten Öffnung den Ionenanteil mit sehr großer Betatronamplitude abfängt. Dadurch weist der Ionenstrahl bereits nach der Injektion eine relativ geringe Breite auf, was den transversalen Kühlprozeß beschleunigt. Bei ausgefahrener Blende können jedoch Strahlen höherer Ströme bis zu etwa 5 $\mu$ A gespeichert werden. Bei den Messungen der longitudinalen Temperaturen und Verhältnisse  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  (Abb. 3.9) war der Strahlstrom  $I \approx 4 \mu$ A eingestellt. Zum Strahlbunching bei der 3. Harmonischen wurde eine Rechteckspannung mit Rampe der Peak-to-Peak-Spannung 30 V mit der Rampensteigung 5 V je Bunchlänge verwendet. Der relative Laserstrahlversatz betrug  $\Delta x = 400 \,\mu$ m, womit sich mit der Laserstrahltaille  $w_0 \approx 2,2$  mm dispersive Kühlung bei großem Strahlüberlapp ergab. Die Verstimmung der Bunchfrequenz ist wiederum um die angegebenen Werte variiert worden. Die Tatsache, daß bei  $\delta \nu = -1$  Hz noch stabile Kühlbediungungen herrschen, ist auf die stabilisierende Wirkung der FBE und die wesentlich stärke indirekte Kühlung über IBS zurückzuführen.



**Abbildung 3.10:** Transversale Strahltemperaturen bei hohem Strahlstrom und verschiedenen Verstimmungen der Bunchfrequenz.

Die Abhängigkeit der transversalen und longitudinalen Temperaturen und der Verhältnisse  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  (Abb. 3.10 bzw. Abb. 3.9) von der Bunchfrequenz ist gering. Man erkennt wie in Abb. 3.3 einen leichten Anstieg des Verhältnisses  $N_{kalt}/N_{gesamt}$  mit der Zeit und folglich mit sinkender Teilchenzahl, der wiederum auf den effizienteren Teilchentransfer aus der heißen in die kalte Fraktion bei abnehmender strahlinterner Streuung zurückzuführen ist. Im Mittel liegen die Temperaturen um eine Faktor 2,5 über den bei geringem Strahlstrom gemessenen Werten, was mit der Beziehung 3.1 übereinstimmt. Aus den Temperaturen und der maximalen longitudinalen Ionendichte ergeben sich folgende zeitlichen Mittelwerte für den longitudinalen Plasmaparameter:  $\delta \nu = 3$  Hz:  $\Gamma_{\parallel} = (1,9\pm0,6)\cdot10^{-2}$ ;  $\delta \nu = 1$  Hz:  $\Gamma_{\parallel} = (2,1\pm0,6)\cdot10^{-2}$ ;  $\delta \nu = 3$  Hz:  $\Gamma_{\parallel} = (2,4\pm0,4)\cdot10^{-2}$ ; Die als Fehler angegebene Standardabweichung der einzelnen Werte ist in diesem Fall geringer, da wegen der hohen Zählrate statistische Schwankungen kleiner sind. Insgesamt liegen die Mittelwerte des Plasmaparameters jedoch deutlich niedriger als diejenigen, die bei geringen Strahlströmen erreicht wurden.

#### 3.5 Transversales Strahlaufheizen

Im vorhergehenden Abschnitt wurde die Laserkühlung auf optimale Kühlbedingungen hin untersucht. Dieser Abschnitt behandelt nun die Strahldynamik bei transversaler Strahlaufheizung. Besonderes Augenmerk gilt dabei dem Wechselspiel von indirekter Kühlung durch IBS und der dispersiven Strahlaufheizung. Es stellt sich heraus, daß sowohl die Breite des transversalen Ionenstrahlprofils, als auch die Breite der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung einen erheblichen Einfluß auf den Kühlprozeß haben.



**Abbildung 3.11:** Rascher Abfall der Fluoreszenzsignalverläufe bei dispersivem Heizen bei unterschiedlicher Verstimmung der Bunchfrequenz.

Bei den bisherigen Messungen wurde stets versucht, eine möglichst große transversale Kühlrate bei ausreichendem Überlapp von Laser- und Ionenstrahl zu gewährleisten. Aus diesem Grund wurde ein relativer Laserstrahlversatz  $\Delta x \approx w_0/2$  eingestellt. Aus Abb. 2.11 läßt sich ersehen, daß die Kopplung des longitudinalen mit dem horizontalen Freiheitsgrad durch die Dispersion in Verbindung mit einem horizontalen Laserkraftgradienten je nach Vorzeichen zu einer transversalen Strahlkühlung oder -aufheizung führt. In Abb. 3.11 sind Fluoreszenzverläufe abgebildet, die bei dem kleinen horizontalen Strahlversatz  $\Delta x \approx -200 \,\mu$ m unter dispersiv leicht heizenden Bediungungen aufgenommen wurden. Das Fluoreszenzsignal  $F_1$ , das mit PM1 im Bereich des Erdpotentials gemessen wurde, gibt die Anzahl der Ionen in der longitudinal kalten Fraktion wieder.

49

Das Signal  $F_2$ , das mit PM2 im Bereich der FBE aufgenommen wird, entspricht dagegen der Anzahl von Ionen mit großer Relativgeschwindigkeit (vgl. Abschn. 2.3.3). Zum Strahlbunching wurde eine Rechteckspannung mit Rampe (35 V Peak-to-Peak, 10 V je Bunchlänge Rampensteigung) verwendet. Der Ionenstrom betrug bei dieser und den folgenden Messungen ca. 200 nA. Für die Verstimmung der Bunchfrequenz sind bei den Fluoreszenzmessungen die angegebenen Werte  $\delta \nu = (v_{soll} - v_{res})h/C \approx 1 \text{ Hz bzw. 7 Hz}$ gewählt worden.

Im Falle des dispersiven Heizens bei großer Verstimmung der Bunchfrequenz (links) erkennt man zwei Stufen in den beiden Fluoreszenzspuren, die nahezu synchron verlaufen. Während der ersten sechs Sekunden nach der Strahlinjektion findet die Vorkühlung durch den Elektronenkühler statt. Die Fluoreszenz nimmt sprunghaft ab, da der Laser die Ionen aus seiner Resonanz beschleunigt und ein "Loch" in die elektronengekühlte Verteilung "brennt" (s. Abb. 4.7). Zur Zeit (t = 14 s) fallen die Fluoreszenzsignale wiederum stark ab. Die kurzen Einbrüche im Signalverlauf  $F_1$  bei t = 4 s, 14 s, ... sind auf HV-Scans zurückzuführen. Bei der drastischen Fluoreszenzabnahme handelt es sich um die transversale Ionentrahlaufweitung jenseits des Laserprofils aufgrund von dispersivem Heizen. Folglich verringert sich der Uberlapp von Ionen- und Laserstrahl und die Fluoreszenzzählrate nimmt ab. Je nach Größe des relativen Laserstrahlversatzes setzt die Ionenstrahlaufweitung direkt nach Aussetzen der Elektronenkühlung ein oder zu einem späteren Zeitpunkt. Dies ist dann der Fall, wenn die transversale Heizrate bei großer Teilchenzahl nach der Injektion geringer ist als die Kühlrate durch indirektes IBS-Kühlen. Mit abnehmender Teilchenzahl verringert sich jedoch die Kopplung der Freiheitsgrade über IBS, so daß sich zu einem gewissen Zeitpunkt das Kräfteverhältnis umkehrt und der Strahl transversal aufgeheizt wird. Die Phasenraumdynamik bei transversaler Strahlaufweitung wird im nächten Abschnitt eingehend untersucht. Eine quantitative Analyse der Kühl- bzw. Heizraten über IBS und dispersive Kopplung finden sich in [Lau99].

Bei der Messung der in Abb. 3.11 (rechts) abgebildeten Fluoreszenzverläufe herrschten bis auf die kleinere Verstimmung der Bunchspannung  $\delta\nu \approx 1\,\mathrm{Hz}$  die gleichen experimentellen Bedingungen. Man erkennt auch hier eine Abnahme der Fluoreszenzintensitäten nach etwa 10 s. Während das Signal  $F_2$  sehr stark abnimmt, ist im Fluoreszenzverlauf  $F_1$  jedoch zunächst ein leichter Anstieg erkennbar. Dieses gegenläufige Verhalten der Fluoreszenzsignale läßt sich durch den folgenden kausalen Zusammenhang deuten: Nachdem die indirekte Kühlung durch IBS den transversalen Heizeffekt bei abnehmender Teilchenzahl nicht mehr kompensieren kann, weitet sich der Ionenstrahl auf. Dadurch verringert sich die Phasenraumdichte drastisch und die strahlinterne Streuung verschwindet. Somit kann der Ionenstrahl trotz des geringeren Überlapps mit dem Laserstrahl longitudinal effizient gekühlt werden. Folglich findet ein Ionentransfer aus dem heißen Untergrund der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung in die kalte Ionenfraktion statt, so daß es zu einen kurzzeitigen Anstieg in  $F_1$  kommt. Gestützt wird diese Interpretation von den Messungen der longitudinalen Temperatur mit HV-Scans. Ein HV-Scan, der unter den gleichen Bedingungen wie die Fluoreszenzmessung (Abb. 3.11 (rechts)) aufgenommen wurde, ist in Abb. 3.12 abgebildet. Man erkennt



**Abbildung 3.12:** *HV-Scanbild bei dispersiven Heizen. Der Peak in dem kleinen Bild* entspricht dem mittleren Maximum im großen Diagramm bei 10-fach gestreckter Geschwindigkeitsskala. Seiner Breite entspricht eine Temperatur  $T_{\parallel} \approx 120 \text{ mK}$ .

drei sehr schmale Maxima und einen geringen Untergrund. Dabei ist die Peakbreite durch die aparative Auflösung begrenzt. Deswegen wurde die gleiche Messung bei einer um den Faktor 10 niedrigeren Hochspannungsrampe durchgeführt. Das mittlere Maximum der gemessenen Verteilung ist im kleinen Bild in Abb. 3.12 zu sehen. Es ist in sehr guter Näherung gaußförmig und man entnimmt ihm die longitudinale Temperatur  $T_{\parallel} \approx 120 \text{ mK}.$ 

#### 3.5.1 Verzögertes Strahlaufheizen

In diesem Abschnitt soll das verzögerte Auftreten von transversalem Strahlaufheizen in Bezug auf die Phasenraumdynamik genauer untersucht werden. Die experimentelle Signatur des verzögerten Heizprozesses ist für die verschiedenen Meßmethoden in Abb. 3.13 zu sehen.

Der relative horizontale Strahlversatz betrug hierbei  $\Delta x \approx 100 \,\mu\text{m}$  und die Verstimmung der Bunchfrequenz war auf  $\delta \nu \approx 3$  Hz eingestellt. Gebuncht wurde mit einer Rechteckspannung mit Rampe (30 V Peak-to-Peak, 5 V je Bunchlänge Rampensteigung). In der oberen HV-Scan-Reihe ist von links nach rechts die Zeitentwicklung der Geschwindigkeitsverteilung abgebildet. Bei den Scans nach ca. 30 s ist eine deutliche Verminderung des Untergrunds zu verzeichnen, bei gleichzeitiger Abnahme der Peakbreiten. Das bedeutet, daß die longitudinale Kühlung effizienter geworden ist, was entweder durch eine erhöhte Kühlrate oder durch eine verminderte Heizrate zu erklären ist. In den unteren vier Schaubildern ist die etwa synchron mithilfe des BPM gemessene transversale



Abbildung 3.13: Die verzögerte Strahlaufweitung bei schwachem dispersiven Heizen.

Ortsverteilung des Ionenstrahls abgebildet. Dabei wurden die Rohdaten zur Rauschunterdrückung mit einem Gaußfilter geglättet. Mit fortschreitender Zeit bildet sich eine Zweikomponentenverteilung aus, wobei der breite Untergrund im Verhältnis zur Höhe des schmalen Maximums bei  $x_{hor} = 0 mm$  stark anwächst. Zusätzlich ist das Laserstrahlprofil mit einer Strahltaille von  $w_0 \approx 1,2$  mm in beliebigen Einheiten aufgetragen. Man erkennt, daß der anwachsende Untergrund wesentlich breiter ist als das Laserprofil. Durch die Strahlaufweitung nimmt die Ionendichte drastisch ab, und folglich auch die longitudinale Heizrate durch strahlinterne Stöße. Somit werden die Ionen einerseits nicht mehr aus der kalten Verteilung in den heißen Untergrund transportiert, andererseits verschwinden auch die Stöße innerhalb des Fangbereichs des Lasers. Somit erklären sich die in Abb. 3.13 (oben) abgebildeten HV-Scans.

Die mittlere Diagrammzeile stellt etwa zeitgleich aufgenommene Pickupaufnahmen

dar. Man erkennt deutlich einen relativ zur Gesamtteilchenzahl anwachsenden Peak auf der rechten Seite des Bunchs. Diese zeitliche Veränderung der räumlichen Verteilung ist wiederum im Zusammenhang mit der gemessenen Ionenstrahlverbreiterung zu verstehen. Da sich der transversal heiße Ionenanteil größtenteils außerhalb des Laserprofils befindet, ist die effektive Laserkraft stark vermindert. Andererseits finden keine strahlinternen Stöße statt, wodurch die longitudinale Kühlung trotz verminderter Laserkraft sehr effizient wird. Da sich die Gegenkraft, die durch die Steigung der Hochfrequenzrampe gegeben ist, während des gesamten Meßzyklus nicht ändert, überwiegt sie nun die Laserkraft und die transversal heißen und longitudinal kalten Ionen werden von der Gegenkraft in das Potentialminimum gezogen. Die geringe Breite des anwachsenden Dichtemaximums ist auf die niedrige longitudinale Temperatur zurückzuführen, die bei der verwendeten Form des Hochfrequenzbuckets mit kleinen Synchrotronamplituden gleichbedeutend ist (vgl. Abb. 2.3).



**Abbildung 3.14:** Zeitliche Abnahme der integralen HV-Scan- und BPM-Zählrate (oben bzw. unten) und exponentielle Anpassungen an die ersten fünf Meßwerte (durchgezogene Linien).

Die zeitliche Abnahme der Gesamtzählrate der HV-Scans und BPM-Aufnahmen ist in Abb. 3.14 (oben bzw. unten) zu sehen. Man erkennt, daß in beiden Fällen die Meßwerte bis  $t \approx 30$  s gut durch eine Exponentialkurve angepaßt werden können. Die Lebensdauer  $\tau \approx 31$ s stimmt dabei im Rahmen des statistischen Fehlers gut mit der bei optimalen Kühlbedingungen und bei hohem Strahlstrom mit dem BPM gemessenen Strahllebensdauern überein. Nach dem Einsetzen des transversalen Heizprozesses fällt die integrale Zählrate der HV-Scans rasch ab, was auf die Strahlaufweitung jenseits des Laserstrahlprofils zurückzuführen ist (s. Abb. 3.13 (unten)). Das integrale BPM-Signal nimmt dagegen nach  $t \approx 40$  s langsamer als exponentiell ab. Dies deutet darauf hin, daß die Ionen weiter im Speicherring umlaufen und lediglich wegen ihrer großen mittleren Betatronamplitude kaum mit dem Laserstrahl in Wechselwirkung treten. Es handelt sich somit nicht um einen irreversiblen Teilchenverlust. Die genaue Ursache für den gemessenen Verlauf ist jedoch nicht nachzuvollziehen und hängt vermutlich mit technischen Aufbau des BPM zusammen (Randfeldeffekte).



Abbildung 3.15: Zeitliche Entwicklung der Fluoreszenz (oben) und einiger charakteristischer Größen, die mit den angegebenen Meßmethoden ermittelt wurden.

Die direkte Fluoreszenz des Ionenstrahls wurde während des gesamten Meßzyklus

mit dem Photomultiplier 1 gemessen und ist in Abb. 3.15 (oben) wiedergegeben. Der Fluoreszenzverlauf an PM2 ist in diesem Fall mit  $F_1$  identisch. Man erkennt analog zu Abb. 3.14 (oben) eine rasche Fluoreszenzabnahme nach ca. 35s. Zum Vergleich des Zeitverhaltens der oben beschriebenen qualitativen Veränderungen in den unterschiedlichen Meßkurven sind in Abb. 3.15 unter dem Fluoreszenzverlauf die folgenden Größen über dieselbe Zeitachse aufgetragen: Das Verhältnis von Peakintegral zum Integral über die gesamte mit dem HV-Scan gemessene Geschwindigkeitsverteilung (s. Abschn. 2.3.3); das Flächenverhältnis des schmalen Maximums in der Ortsverteilung (Pickup) zur gesamten von der Meßkurve eingeschlossene Fläche; das mittels einer Anpassung von der Summe zweier Gaußkurven an die BPM-Daten ermittelte Verhältnis der Ionenanzahl in der transversal heißen Fraktion zur Gesamtteilchenzahl. Systematische Fehler bei der Datenauswertung sind hauptsächlich auf die Unsicherheit bei der Abpassung von Gaußkurven an die HV-Scan- und BPM-Meßwerte zurückzuführen. Bei der Auswertung der Pickupmessungen führt die uneindeutige Festlegung des Maximalbereichs neben den statistischen Schwankungen aufgrund der niedrigen Zählrate bei abnehmendem Strahlstrom zu Unsicherheiten bei den angegebenen Werten. Im Rahmen der begrenzten Genauigkeit läßt sich jedoch eine klare zeitliche Korrelation der Signalveränderungen im Verlauf der Messung feststellen. Dies deutet darauf hin, daß den beobachteten Veränderungen dieselbe physikalische Ursache zugrundeliegt.

Qualitativ lassen sich die Beobachtungen in folgendem Bild deuten: Der verzögerte transversale Heizprozeß bei abnehmender indirekter Kühlung durch IBS verursacht ein Aufweiten des Ionenstrahls jenseits des Laserstrahlprofils und damit eine drastische Abnahme der Ionendichte. Dies äußert sich im Verschwinden strahlinterner Streuung, und es ergibt sich eine sehr schmale Geschwindigkeitsverteilung ohne Untergrund. Im Bereich hoher Laserintensität um  $x_{hor} = 0$  werden jedoch noch für geringe Gesamtteilchenzahlen ausreichend hohe Ionendichten erreicht, um über IBS transversal stabile Kühlbedingungen zu gewährleisten. Für die Ionen, die mit großer Betatronamplitude schwingen, verringert sich jedoch die mittlere Laserkraft, da ihre mittlere Aufenthaltsdauer im Bereich hoher Intensität klein ist (s. Abb. A.1). Dies erklärt die raschere Abnahme der Gesamtfluoreszenz als man es aufgrund von Restgasstößen erwarten würde. Im Gegensatz dazu bleibt jedoch die Kraft, die das Hochfrequenzfeld ausübt, unverändert. Somit verschiebt sich für die transversal sehr heiße Ionenfraktion der stabile Punkt, was bei konstanter Bunchfrequenz eine Fehlanpassungskraft verursacht (s. Abschn. 2.2.4). Die entsprechende longitudinale Ionenverteilung verlagert sich folglich in Richtung der durch die Rechteckspannung und Rampe erzeugten Pseudopotential-Minimums. Somit entsteht auch in der longitudinalen Ortsverteilung eine Zweikomponentenverteilung, bei der je nach Bunchfrequenz am rechten oder an beiden Bunchrändern Überhöhungen auftreten. Diese Bunchformen zeigen große Ähnlichkeiten mit den Verteilungen, die man bei stark ausgeprägter Raumladung erwartet. Sie sind jedoch hier lediglich die Folge der uneinheitlich wirkenden Kühlkraft in Verbindung mit schwacher IBS-Kopplung. Die geringe Breite der des longitudinal verdichteten Bereichs ist auf die erwähnte niedrige longitudinale Temperatur zurückzuführen. Eine quantitative Behandlung zur Verschiebung des stabilen Punkts bei transversaler Strahlaufweitung findet sich in Anhang A.

# Kapitel 4 Modellrechnungen

In diesem Kapitel wird ein Modell vorgestellt, das zur Erweiterung des Verständnisses der Phasenraumdynamik von Ionen in einem lasergekühlten, gebunchten Strahl entwickelt wurde. Dabei handelt es sich um die numerische Berechnung der longitudinalen Phasenraumtrajektorien unter Einwirkung der Laserkraft und der Kraft durch das Pseudopotential. Die Kopplung des longitudinalen an die transversalen Freiheitsgrade wird durch ein Monte-Carlo-Verfahren berücksichtigt. Dabei treten zwei freie Parameter auf, die an die experimentellen Meßkurven angepaßt werden. Durch wiederholte Berechnung der Einteilchenbewegung mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen kann die Phasenraumdynamik von Ionenverteilungen modelliert werden. Die berechneten Orts- und Geschwindigkeitsverteilungen stimmen mit dem Experiment qualitativ gut überein. Ferner gestatten die Modellrechnungen Voraussagen darüber, welche Kühlbedingungen erfolgversprechend sind.

#### 4.1 Modellannahmen

Betrachtet wird ausschließlich die Teilchenbewegung im longitudinalen Freiheitsgrad unter dem Einfluß der Kräfte durch den Kühllaser und des Bucketpotentials. Coulombkräfte zwischen den Ionen, welche Raumladungseffekte verursachen können, werden dabei vernachlässigt. Es gilt also die Newtonsche Bewegungsgleichung

$$m\ddot{s} = F_{HF}(s) + F_{las}(\dot{s}) \tag{4.1}$$

zu lösen, wobei m die Ionenmasse und s die Longitudinalkoordinate bezeichnen. Die ringgemittelte Laserkraft  $F_{las}$  und die Kraft  $F_{HF}$ , welche die Hochfrequenzspannung zum Strahlbunching auf die Ionen ausübt, werden durch die Gleichungen 2.10 bzw. 2.6 beschrieben. Zur Simulation der erweiterten Laserkraft bei eingeschalteter FBE wird dem lorentzförmigen Kraftprofil Abb. 4.1 (links) ein konstanter Beitrag über einen Geschwindigkeitsbereich von -900 bis 0 m/s aufaddiert (Abb. 4.1 (rechts)).



**Abbildung 4.1:** Links: Laserkraftprofil ohne FBE; Rechts: Zu kleinen Geschwindigkeiten hin ausgedehntes Laserkraftprofil zur simultation der FBE.

Bei Gleichung 4.1 handelt es sich um eine nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung, die für beliebige Funktionen  $F_{HF}(s)$  analytisch nicht lösbar ist, so daß man auf ein numerisches Integrationsverfahren zurückgreifen muß. Dazu wurde ein C-Programm geschrieben, in dem die Standardmethode nach Runge-Kutta mit adaptiver Schrittweite verwendet wird. Über einen Parameter  $\epsilon$  läßt sich die Schrittweite beeinflussen und damit die Rechengenauigkeit kontrollieren. Da die Kraft durch das Hochfrequenzbucket konservativ ist, kann bei abwesender Laserkraft die Gesamtenergie in Abhängigkeit der Integrationszeit als Indikator für die Rechengenauigkeit benutzt werden. Der Wert für  $\epsilon$ wurde bei den hier vorgestellten Rechnungen so eingestellt, daß die Energieabweichung nach der Integrationszeit  $t_{int} = 1$ s nicht größer als 1% war. Um auch bei mitberücksichtigter Laserkraft eine ausreichende Rechengenauigkeit sicherzustellen, müssen die Kraftterme so gewählt werden, daß während der Integration stets  $F_{las} < F_{HF}$  gegeben ist. Insgesamt stellt sich heraus, daß das verwendete Verfahren bei der Integration einer gewöhnlichen Differentialgleichung mit nichtdifferenzierbarer Inhomogenität ausreichende Genauigkeit bei einem vertretbaren Rechenaufwand gewährleistet.

In die Modellrechnungen kann zusätzlich die Kopplung des longitudinalen an die transversalen Freiheitsgrade mit einbezogen werden. In Abschn. 2.2.1 wurde erwähnt, daß aufgrund der Temperaturanisotropie bei der Laserkühlung harte Coulombstöße große Änderungen der longitudinalen Relativgeschwindigkeit verursachen können. Zur Implementierung der harten Stöße wird bei der Integration der Teilchenbewegung gemäß einer konstanten Stoßrate r der Zeitpunkt eines Stoßes zufällig ermittelt. Im Einteilchenbild wird der Stoß des betrachteten Ions mit einem fiktiven Stoßpartner dadurch realisiert, daß sich die Teilchengeschwindigkeit um einen Betrag  $\delta v$  verändert.  $\delta v$  wird wiederum entsprechend einer Verteilungsfunktion  $W(\delta v)$  zufällig vorgegeben. Für  $W(\delta v)$  nimmt man die normierte Abhängigkeit

$$W(\delta v) = \begin{cases} \left| \frac{\delta v_{ab}^2}{\delta v^3} \right| & : \quad |\delta v| \ge \delta v_{ab} \\ 0 & : \quad |\delta v| < \delta v_{ab} \end{cases}$$

an, die in [Mie95, Lau99] motiviert wird. Die Abschneidegeschwindigkeit  $\delta v_{ab}$  muß aus



Abbildung 4.2: Häufigkeitsverteilung der Geschwindigkeitsänderung durch einen fiktiven Stoß.

Normierbarkeitsgründen eingeführt werden. Physikalisch läßt sich dieser Häufigkeitsverlauf damit interpretieren, daß die niederenergetische Coulombwechselwirkung wie die Diffusion nicht berücksichtigt wird. Diese Annahme läßt sich damit rechtfertigen, daß die Geschwindigkeitsänderungen und damit der Heizeffekt bei harten Stößen wesentlich größer ist als durch Diffusion. Zudem beeinflussen kleine Änderungen der Relativgeschwindigkeit die Ionendynamik vermutlich nicht wesentlich, weil sie nicht aus dem Fangbereich der Laserkraft führen und die Teilchenbewegung rasch wieder gedämpft wird. Für  $\delta v_{ab} = 10 \text{ m/s}$  ist die gemäß  $W(\delta v)$ ,,erwürfelte" Verteilung in Abb. 4.2 aufgetragen.

Mit der Abschneidegeschwindigkeit  $\delta v_{ab}$  und der konstanten Stoßrate r gibt es zwei freie Parameter, die durch Vergleich der Modellrechnungen mit den experimentellen Daten angepaßt werden. Zudem werden mit der Vernachlässigung der Transversaldynamik und der Wechselwirkung zwischen den Ionen in dem beschriebenen Modell stark vereinfachende Annahmen gemacht. Somit ist keine quantitative Übereinstimmung mit dem Experiment zu erwarten.

Das Gegenstück zu dem beschriebenen Modell bildet die Fokker-Planck-Gleichung

$$\frac{d}{dt}\rho = \frac{d}{dv}\left(-\frac{F}{m}\rho + \frac{d}{dv}(D\cdot\rho)\right) \quad . \tag{4.2}$$

Die longitudinale Dichte ist hierbei mit  $\rho$  bezeichnet, m steht für die Teilchenmasse und für F(v) ist die Kühlkraft  $F_{k\"uhl} = F_{las} + F_{gegen}$  mit dem Ausdruck 2.9 für die ringgemittelte Laserkraft einzusetzen. Der Diffusionskoeffizient D wird als konstant angenommen. Damit wird eine Ankopplung des longitudinalen an die transversalen Freiheitsgrade ausschließlich über Stöße mit geringen Geschwindigkeitsänderungen berücksichtigt, nicht jedoch über "harte Stöße" aufgrund einer Temperaturanisotropie. Daher ist das Modell in dieser Form für die Simulation der Laserkühldynamik im gebunchten Strahl ungeeignet.



**Abbildung 4.3:** Zeitliche Entwicklung einer gaußförmigen Geschwindigkeitsverteilung, berechnet aus der Fokker-Planck-Gl. mit konstantem Diffusionskoeffizienten und einer ortsunabhängigen Kühlkraft.

Gl. 4.2 läßt sich numerisch lösen. In Abb. 4.3 ist die zeitliche Entwicklung einer vorgegebenen normierten Gaußverteilung  $\rho$  unter Einwirkung einer Laserkraft und einer konstanten Gegenkraft dargestellt. Dabei befindet sich das Lasermaxium an der Stelle v = 0. Außerdem wird der Sättigungsparameter S = 2, die Gegenkraft  $F_{gegen} = 1,75 \text{ meV/m}$ und der Diffusionskoeffizient  $D = 1, 2 \cdot 10^5$  angenommen. In Abb. 4.3 (Mitte) erkennt man deutlich, daß der Laser in die Geschwindigkeitsverteilung ein "Loch brennt". Dieses Bild ist mit Abb. 4.7 zu vergleichen. Für größere Zeiten verbreitert sich das Maximum aufgrund der Diffusion, und der Anteil der Verteilung mit v < 0 wird vom Laser zu kleineren Geschwindigkeiten gedrückt. Der Grund hierfür ist, daß in das Modell in dieser Form keine räumlichen Randbedingungen eingehen, die eine Rückführung der heißen Teilchen in den Kühlprozeß durch eine Teilchenoszillation bewirken.

#### 4.2 Phasenraumtrajektorien

In Abb. 4.4 sind typische berechnete Phasenraumtrajektorien abgebildet, wobei im rechten Teilbild Stöße nach der genannten Vorschrift in die Integration einbezogen wurden. Das Pseudopotential ist rechteckförmig mit einer Peak-to-Peak-Spannung von 30 V mit zusätzlicher Rampe der Steigung 5 V je Bunchlänge und die FBE ist ausgeschaltet. Mit  $\Delta v$  wird die Differenz zwischen der Ionengeschwindigkeit v und der Sollgeschwindigkeit



**Abbildung 4.4:** Phasenraumtrajektorien im rechteckförmitgen Pseudopotential mit zusätzlicher Rampe ohne und mit Implementierung von fiktiven Stößen (links bzw. rechts).

 $v_{soll} = C \nu_{HF} / h$  bezeichnet, die von der Bunchfrequenz  $\nu_{HF}$  vorgegeben wird. C steht für den Speicherringumfang und  $h = \nu_{HF} / \nu_{rev}$  für die Harmonischenzahl.

In beiden dargestellten Fällen erkennt man, daß die Teilchenschwingung im Bereich hoher Geschwindigkeitsbeträge durch die dissipative Laserkraft nur schwach gedämpft wird. Dies ist auf die geringe mittlere Aufenthaltsdauer in der Nähe der Laserresonanz zurückzuführen. Verringert sich jedoch die Oszillationsamplitude, so führt das Teilchen zu einem gewissen Zeitpunkt eine überdämpfte Schwingung durch die Laserresonanz aus, und kommt bei der Sollgeschwindigkeit ( $\Delta v = 0 \text{ m/s}$ ) zum Stillstand. Im Falle von mitberücksichtigten Stößen (rechter Teil) erfahren die vom Laser abgebremsten Teilchen jedoch stetig Geschwindigkeitsänderungen, die je nach Größe zu einer diffusiven Bewegung innerhalb des Fangbereichs führen oder das Teilchen aus dem Fangbereich des Lasers heraustragen. In beiden Fällen ergibt sich die in Abschn. 2.2.4 erwähnte und im Experiment beobachtete zweikomponentige Geschwindigkeitsverteilung, mit einem schmalen Maximum am stabilen Punkt und einem breiten Untergrund von Ionen, die wegen ihrer großen Relativgeschwindigkeit kaum mit dem Kühllaser wechselwirken. Aufgrund des Vergleichs der beiden Teilbilder von Abb. 2.2.4 erwartet man eine Verbreiterung der Geschwindigkeitsverteilung in der Umgebung von  $\Delta v = 0 \,\mathrm{m/s}$  im Falle von mitberücksichtigten Stößen.

In der dargestellten Situation verursacht eine negative Fehlanpassungskraft bei der eingestellten Differenz  $v_{soll} - v_{res} = 63 \text{ m/s}$ , die der Verstimmung der Bunchfrequenz  $\delta \nu = (v_{soll} - v_{res})h/C = 3,4 \text{ Hz}$  entspricht, eine langsame Driftbewegung des Ions bei  $\Delta v = 0$  in Richtung der rechten Pseudopotentialwand. Dabei bezeichnet  $v_{soll}$  die Sollgeschwindigkeit und  $v_{res}$  die Geschwindigkeit, bei der die Ionen in Resonanz mit dem



Laser sind.

**Abbildung 4.5:** Vergleich der Phasenraumdynamik in drei unterschiedlichen Pseudopotentialformen.

Zum Vergleich der Teilchenbewegung in den drei verschiedenen Hochfrequenz-Buckets sind die entsprechenden Trajektorien für eine Integrationszeit von 0,2 s in Abb. 4.5 dargestellt. Für die Hochfrequenzspannung ist in den drei Fällen  $30 V_{pp}$  gewählt und die FBE ist ausgeschaltet. Die Differenz  $\Delta v = v_{soll} - v_{res}$  ist unverändert, und die Spannungsrampe (linkes Teilbild) beträgt 3 V je Bunchlänge. Im linken Teildiagramm sind zwei Synchrotronoszillationen eines Teilchens im rechteckförmigen Bucket mit Rampe zu sehen, die zum stabilen Punkt führen. Die analoge Situation für das sinusförmige Pseudopotential ist im mittleren Bild dargestellt. Auch hier ist eine überdämpfte Bewegung durch die Laserresonanz zu erkennen. Diese tritt jedoch früher ein als im Rechteckbucket mit Rampe, da die mittlere Wechselwirkungsdauer des Ions mit dem Laser wegen seiner quasiharmonischen Bewegung größer ist. Anhand der im rechten Teilbild abgebildeten Trajektorie eines Teilchens im rein rechteckförmigen Pseudopotential wird deutlich, daß wesentlich mehr Synchrotronoszillationen nötig sind, bis das Ion bei  $\Delta v = 0$  angelangt ist. Dies ist darauf zurückzuführen, daß stabile Kühlbedingungen  $(F_{las} = F_{aegen})$  ausschließlich am Ort des linken Umkehrpunktes gegeben sind, an dem die Aufenthaltsdauer sehr gering ist. Im übrigen Bucketbereich wirkt die Laserkraft lediglich beschleunigend, so daß ein resonantes Teilchen über die stabile Geschwindigkeit hinwegbeschleunigt wird. Somit erklären sich die experimentell ermittelten vergleichsweise hohen transversalen Endtemperaturen und die schwache longitudinale Kühlung (vgl. Abschn. 3.2).

Bei mitberücksichtigter FBE ergeben sich stabile Trajektorien im Rechteckbucket



**Abbildung 4.6:** Bei eingeschalteter FBE und  $v_{soll} < v_{res}$  gehen zwei Trajektorien mit den Anfangspunkten A und B in einen stabilen Grenzzyklus über.

mit Rampe auch für  $\Delta v < 0$ . In diesem Fall fügt zwar die Laserkraft in der Umgebung der Resonanz dem Teilchen kinetische Energie zu, jedoch wirkt der zu Geschwindigkeiten  $v < v_{res}$  ausgedehnte Teil der erweiterten Laserkraft dissipativ. In Abb. 4.6 ist dieser Fall dargestellt, wobei zwei Trajektorien mit den Anfangspunkten A und B in denselben stabilen Grenzzyklus übergehen. Dies erklärt die experimentelle Beobachtung, daß bei eingeschalteter FBE eine stabile Kühldynamik ebenfalls für betragsmäßig kleine Verstimmungen  $\Delta v < 0$  möglich sind (vgl. Kap 5).

#### 4.3 Phasenraumdynamik des Ensemble

Die Berechnung einzelner Teilchentrajektorien kann dadurch auf die Modellierung der Dynamik von Ionenverteilungen ausgeweitet werden, daß für verschiedene Startwerte wiederholt dieselbe Bewegungsgleichung integriert wird. Die Startwerte werden dabei gemäß einer Gaußverteilung zufällig ermittelt. Die sich für eine Integrationszeit  $t_{int}$ ergebende Phasenraumverteilung kann dann in den Orts- und Geschwindigkeitsbereich projeziert werden. Dadurch erhält man Orts- und Geschwindigkeitsverteilungen, die mit den experimentellen Verläufen verglichen werden können.

In Abb. 4.7 sind auf diese Weise berechnete Geschwindigkeitsverteilungen zu drei unterschiedlichen Zeitpunkten dargestellt. Dabei wird ein Rechteckförmiges Pseudopotential mit zusätzlicher Rampe der Steigung 5V je Bunchlänge vorgegeben. Der Sättigungsparameter S beträgt 2 und es ist eine Differenz  $v_{res} - v_{soll}$  von ca. 70 m/s eingestellt, die einer Verstimmung  $\Delta \nu = 3,8$  Hz in der Bunchfrequenz bei der Harmonischenzahl h = 3 entspricht. Die FBE ist ausgeschaltet. Das linke Teilbild gibt die gaußförmige An-



**Abbildung 4.7:** Aus der Anfangsverteilung im Geschwindigkeitsbereich (T = 150 K) (links) entsteht nach t = 5 ms (Mitte) bzw. t = 100 ms (rechts) eine Zweikomponentenverteilung.

fangsverteilung wieder, wobei die Anfangstemperatur T = 150 K angenommen wurde, die der durch Elektronenkühlung erreichbaren Temperatur entspricht. Bei den Verteilungen nach einer Integrationszeit  $t_{int} = 5$  ms und  $t_{int} = 100$  ms (mittleres bzw. rechtes Teildiagramm) erkennt man die Lage des Lasermaximums an dem "Loch", das in die Verteilung "gebrannt" wird. Das sich herausbildende schmale Maximum entspricht der experimentell nachgewiesenen Fraktion kalter Teilchen, aus der Ionen durch "harte Stöße" stetig in den verbleibenden breiten Untergrund transportiert werden. Es ergibt sich somit die bereits erwähnte charakteristische Zweikomponentenverteilung. Bei dem



**Abbildung 4.8:** Bei Anwesenheit einer Fehlanpassungskraft tritt nach der Gesamtintegrationszeit t = 60 ms eine Verdichtung der Ortsverteilung am Bucketrand auf.

im rechten Teilbild gezeigten Verlauf handelt es sich um die Gleichgewichtsverteilung, die für lange Integrationszeiten nahezu unverändert bleibt. Dabei stellt sich heraus, daß der breite Untergrund annähernd gaußförmig bleibt. Seine Breite stimmt mit der experimentell gemessenen Breite gut überein. Die Form des schmalen Maximums ist in Übereinstimmung mit experimentellen Meßkurven (Abb. 3.1) stark asymmetrisch, was von der Nichtlinearität der Kühlkraft herrührt. Die Peakbreite ist jedoch wesentlich geringer als diejenige, die sich im Experiment bei hoher Phasenraumdichte ergibt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in diesen Modellrechnung im Gegensatz zum Fokker-Planck-Ansatz die niederenergetische Wechselwirkung zwischen den Ionen vernachlässigt wird. Stöße mit geringen Geschwindigkeitsänderungen  $\delta v \leq 100 \text{ m/s}$  führen jedoch nicht zum Verlust der Ionen aus dem Fangbereich des Lasers, sondern zu einer Verbreiterung der "kalten" Ionenverteilung.

Die zeitliche Entwicklung der Ortsverteilung bei gleicher Parametereinstellung ist in Abb. 4.8 von  $t_{int} = 0 \dots 60$  ms abgebildet. Aufgrund der gewählten Fehlanpassung von stabiler und Sollgeschwindigkeit kommt es zu der genannten Drift der Ionen, die zum stabilen Punkt gekühlt wurden, und damit zu einer anwachsenden Verdichtung am rechten Bucketrand. Somit bildet sich unter Einwirkung einer Fehlanpassungskraft auch im Ortsbereich eine Zweikomponentenverteilung aus. Die geringe Breite des Dichtemaximums am Bucketrand im Verhältnis zu den experimentellen Beobachtungen (vgl. Abb. 3.13) ist wiederum auf die spezielle Stoßimplementierung zurückzuführen und der Vernachlässigung der Coulombwechselwirkung.

Die Verschiebung der Ionenverteilung durch eine Fehlanpassungskraft wird durch die Berücksichtigung der FBE verstärkt (s. Abb. 4.9 (unten)). Dies läßt sich durch die geringere Varianz der Geschwindigkeitsverteilung infolge effizienterer Kühlung erklären. Die mittlere Synchrotronoszillationsfrequenz verringert sich und damit auch die mittlere Synchrotronamplitude, da sich mehr Teilchen in der Nähe des Potentialminimums aufhalten. Im Experiment wird diese Tendenz nicht bestätigt (s. Abb. 3.2), was möglicherweise damit zusammenhängt, daß sich die Laserkraft im Bereich um  $v_{res}$  durch Einschalten der FBE verringert. Da in dem Bereich der FBE die Ionen nichtresonant angeregt werden, verkürzt sich die Überlappstrecke, auf der eine resonante Anregung stattfindet. Verstärkend würde sich dabei die starke experimentell gemessene Verschiebung des stabilen Punkts in Abhängigkeit der Laserleistung auswirken (Abb. 3.8). Im Geschwindigkeitsbereich hat die FBE vor allem auf den breiten Untergrund der Verteilung eine verschmalernde Wirkung. Dieser Effekt deckt sich mit den experimentellen Beobachtungen, aus denen lediglich ein geringer Einfluß der FBE auf die Breite des schmalen Maximums hervorgeht (vgl. Abschn. 3.2).

Der Einfluß der Verstimmung  $\delta\nu$  von der eingestellten Bunchfrequenz und der Frequenz, bei der Teilchen mit Sollgeschwindigkeit mit dem Laser in Resonanz sind ( $v_{soll} = v_{res}$ ), ist in diesem Modell besonders deutlich an der veränderten räumlichen Gleichgewichtsverteilung zu sehen (Abb. 4.10). Bei einer Variation der Bunchfrequenz um 0,9 Hz erkennt man deutlich, wie sich die kalte Ionenfraktion von der linken zur rechten Potentialwand bewegt und zu einer starken Dichteerhöhung führt. Die Breite dieses schmalen Dichtemaximums am linken Bunchrand ist dabei etwas geringer als die des rechten Peaks, was sich ebenfalls experimentell beobachten läßt ([Eis98], Abb. 4.17). Dies läßt



**Abbildung 4.9:** Unter Berücksichtigung der FBE verringert sich die Breite des heißen Untergrunds in der Geschwindigkeitsverteilung, und die Verlagerung der Ortsverteilung infolge einer Fehlanpassung wird verstärkt.

sich damit erklären, daß die Geschwindigkeitsbreite des kalten Ionensubensembles von der Verstimmung  $\delta\nu$  abhängt. Bei kleiner Verstimmung ist die Laserkraft größer als die entgegengerichtete Kraft durch die Spannungsrampe, was sich in einer Verschiebung in der Ortsverteilung nach links äußert. Daher wird eine ausreichend große Gegenkraft hauptsächlich durch die Potentialwand erzeugt. Folglich verschiebt sich das Kühlkraftprofil in Abb. 2.7 nach unten, und die Kühlrate, die proportional zur Steigung des Kraftverlaufs bei der Sollgeschwindigkeit ist, nimmt zu. Aus der geringeren mittleren Geschwindigkeit der kalten Ionen folgt nun wiederum eine geringere Ortsbreite.

Die Tatsache, daß dieser Effekt bei den Modellrechnungen bereits für kleinere Variationen von  $\delta \nu$  auftritt als im Experiment ist wiederum auf das Fehlen von "weichen" Coulombstößen zurückzuführen, wodurch sich die extrem schmalen Orts- und Geschwindigkeitsprofile für die kalte Ionenfraktion ergeben. Die Form der räumlichen Verteilung



**Abbildung 4.10:** Verlagerung der Ionenverteilung im Ortsbereich bei Verstimmung der Bunchfrequenz.

des heißen Untergrunds wird hauptsächlich durch die Rampenkraft bestimmt, da sie nur schwach mit dem Laser wechselwirkt. Dadurch ergibt sich der leichte Dichteanstieg zur rechten Bunchseite hin, wo das Pseudopotential minimal ist. Auch diese Beobachtung wird durch das Experiment bestätigt.

Mit dem numerischen Modell kann neben dem Einfluß der FBE und verschiedener Einstellungen der Bunchfrequenz auf die Ionendynamik die zeitliche Entwicklung von Ionenverteilungen in unterschiedlichen Potentialformen simuliert werden. In Abb. 4.11 sind Gleichgewichtsverteilungen im Orts- und Geschwindigkeitsbereich aufgetragen, die sich in einem Rechteckbucket mit und ohne Rampe und in einem Sinusbucket ergeben. Es wurde eine Rampensteigung von 5V je Bunchlänge angenommen und der Sättigungsparameter betrug S = 4. Abb. 4.11 ist mit den in Abb. 3.1 gezeigten HV-Scanund Pickupbildern zu vergleichen. Die Geschwindigkeitsverteilungen unterscheiden sich dadurch voneinander, daß im Sinusbucket sowohl der schmale Peak, als auch der breite Untergrund heißer Ionen schmaler ist, als in den anderen beiden Fällen. Bei der Verteilung im reinen Rechteckbucket ist der Kühleffekt nur sehr schwach ausgeprägt. Der Vergleich der Ortsverteilungen mit den im Pickup gemessenen Bunchformen zeigt ebenfalls eine gute qualitative Übereinstimmung mit den experimentellen Beobachtungen. Im Falle von Sinusbunching erkennt man eine asymetrische Ortsverteilung, wobei die Lage der maximalen Ionendichte nicht mit der Bucketmitte ( $\Delta x = 0$ ) überein stimmt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß im Sinuspotential die Gegenkraft durch eine mittlere räumliche Auslenkung der Ionen aus dem Potentialminimum erzeugt wird. Im reinen Rechteckpotential entsteht ein sehr schmales Dichtemaximum am linken Bunchrand, was auf die Abwesenheit einer Gegenkraft im Bunchbereich zurückzuführen ist. Die experimentell gemessene Verbreiterung dieses Maximums ist vermutlich mit Raumladung zu erklären, die in diesem Modell vernachlässigt wird. Lediglich die räumliche Verteilung im Rechteckbucket mit zusätzlicher Rampe weicht vom experimentellen Verlauf



**Abbildung 4.11:** Gleichgewichtsverteilungen im Geschwindigkeits- und im Ortsbereich (oben bzw. unten) für die drei verschiedenen Potentialformen. Der Vergleich mit den experimentellen Verteilungen (Abb. 3.1) zeigt gute Übereinstimmung.

leicht ab, was vermutlich wiederum mit der speziellen Stoßimplementierung unter Vernachlässigung der dichteabhängigen Coulombwechselwirkung zusammenhängt.

Die gute Ubereinstimmung der Modellrechnungen mit den experimentellen Ergebnissen zeigt, daß sich viele Meßkurven und Trends im Rahmen der einfachen Modellannahmen verstehen lassen. Mit der Simulation läßt sich die Abhängigkeit der Phasenraumdynamik einzelner Teilchen und von Ionenverteilungen von den wichtigsten experimentellen Parametern untersuchen. Insbesondere der Einfluß der Bunchform und -Frequenz und der FBE auf die zeitliche Entwicklung der Orts- und Geschwindigkeitsverteilungen wird qualitativ gut wiedergegeben. Ferner bestätigen die geringen Abweichungen der berechneten Verläufe von den Meßkurven, daß die Vernachlässigung von Raumladungseffekten u. ä. keine wesentlichen Einschränkungen darstellen. Somit stellt dieses Monte-Carlo-Modell die bisher beste Annäherung an die Ionendynamik in einem lasergekühlten gebunchten Strahl dar.

## Kapitel 5

# Überraschung

#### 5.1 Plötzliches Verschwinden strahlinterner Stöße

In der Strahlzeit Februar '98 ist erstmals ein bisher unerklärtes Strahlverhalten beobachtet worden, dessen Signatur sich in den Langzeit-Fluoreszenzaufnahmen dramatisch manifestiert. Dabei handelt es sich um ein abruptes Verschwinden der Fluoreszenz, die im Bereich der FBE gemessen wird. Zeitgleich steigt das direkt gemessene Fluoreszenzsignal vom Kühllaser stark an. Dieser gegenläufige Fluoreszenzverlauf findet stets bei einer bestimmten Teilchenzahl statt. Er wurde in mehreren darauffolgenden Strahlzeiten reproduziert, und zur genaueren Untersuchung wurden im November '98 Langzeitmessungen durchgeführt.

Bei diesen Messungen wurde ein schwacher Strahlstrom von  $I_{ion} \approx 30$  nA injiziert, der einer Gesamtteilchenzahl von ca. 10<sup>6</sup> Ionen bei der Strahlinjektion entspricht. Zum Strahlbunching auf der 3. Harmonischen der Umlauffrequenz wurde eine Rechteckspannung mit zusätzlicher Rampe der Steigung 12V je Bunchlänge verwendet, bei einer Peak-to-Peak-Spannung von 32V. Die Laserstrahltaille betrug  $w_0 \approx 1.8$  mm, so daß sich mit dem relativen transversalen Laserstrahlversatz von 400  $\mu$ m eine schwache dispersive Strahlkühlung ergab (vgl. Abb. 2.11). Die FBE war stets eingeschaltet und die Verstimmung der Bunchfrequenz  $\delta \nu = (v_{soll} - v_{res})h/C$  wurde im Bereich  $\pm 0.5$  Hz um  $\delta \nu = 0$  variiert. Dieses Frequenzintervall liegt jedoch im Bereich möglicher Schwankungen in den einzelnen Speicherringkomponenten. Dabei hing das Auftreten der abrupten Veränderung der Fluoreszenzverläufe kritisch von der Einstellung der Bunchfrequenz ab. Bei einer Verstimmung  $\delta \nu < 0$  beobachtet man ohne FBE longitudinales Aufheizen des Strahls, bei eingeschalteter FBE ist jedoch eine stabile Ionendynamik bei kleinen Verstimmungen weiterhin möglich (s. Abschn. 4.2).



**Abbildung 5.1:** Zeitliche Verläufe der Fluoreszenssignale gemessen mit Photomultiplier 1 (oben) und 2 (Mitte) und die gewichtete Summe der Fluoreszenzverläufe (unten).

#### 5.1.1 Diagnose der longitudinalen Dynamik

In Abb. 5.1 ist ein besonders deutliches Beispiel für das beschriebene gegenläufige Zeitverhalten der Fluoreszenzsignale abgebildet. Die obere Meßkurve  $F_1$  gibt das an PM1 im Bereich der FBE gemessene Signal in Abhängigkeit der Zeit nach der Injektion wieder. Wie in Abschn. 2.3.3 erläutert, gibt es Auskunft über die Anzahl der Teilchen, die dem heißen Untergrund in der Zweikomponentenverteilung angehören. Der Fluoreszenzverlauf  $F_2$  (Abb. 5.1 (Mitte)), der in einem geerdeten Strahlrohrbereich gemessen wird, entspricht dagegen der kalten Ionenfraktion, die resonant mit dem Kühllaser wechselwirkt. Nach einer Zeit von ca. 90 s ist eine starke Überhöhung des Fluoreszenzsignals  $F_1$ zu erkennen. Zeitgleich fällt die Zählrate  $F_2$  auf den Streulichtuntergrund ab. Nachfolgende kurzzeitige Einbrüche des Signals  $F_1$  sind stets begleitet von einem synchronen Anstieg der Fluoreszenz  $F_2$ , was zusätzlich auf eine zeitliche Korrelation hindeutet.

Trägt man die Summe von Fluoreszenzsignal  $F_1$  und dem mit dem Faktor  $\alpha = 2,5$ 

gewichteten Signal  $F_2$  über die Zeit auf, so erhält man den in Abb. 5.1 (unten) dargestellten Verlauf. Man erkennt deutlich, daß sich die Fluktuationen von  $F_1$  und  $F_2$  in der gewichteten Summen gerade kompensieren, was die zeitliche Korrelation bestätigt. Die verbleibende Rauschüberhöhung nach ca. 100s ist vermutlich darauf zurückzuführen, daß die Multiscaler, mit denen die Zählraten beider Photomultiplier eingelesen werden, nicht perfekt synchronisiert sind. Dies führt zu einem kleinen Zeitversatz bei der Signalaufnahme, wodurch sich schnelle gegenläufige Schwankungen nicht vollständig kompensieren, sondern eine Überhöhung der Summensignals bewirken. Der Gewichtungsfaktor  $\alpha$  gibt das Verhältnis der Proportionalitätskonstanten  $\alpha_c$  zu  $\alpha_h$  bei den oben genannten Einstellungen an, wobei gilt  $F_1 = \alpha_c N_c$  und  $F_2 = \alpha_h N_h$ .  $N_c$  und  $N_h$  stehen für die jeweilige Anzahl der Ionen in der kalten bzw. heißen Ionenfraktion. Außerdem wurde eine Exponentialkurve an das Summensignal angepaßt, von der die Meßpunkte nicht signifikant abweichen (helle Kurve in Abb. 5.1 (unten)). Die entsprechende 1/e-Lebendauer von ca. 46s stimmt mit dem Wert für die Strahllebensdauer überein, der sich aus der Abnahme der Gesamtzählrate der BPM-Messungen bei höherem Strahlstrom ableiten läßt. Somit ist auszuschließen, daß ein Teilchenverlust verantwortlich ist für den Abbruch des Fluoreszenzsignals im Bereich der FBE.

Ebenfalls auszuschließen ist transversales Aufweiten des Ionenstrahls, wie man es beim dispersiven Strahlaufheizen beobachtet. In dem Fall nehmen die Fluoreszenzsignale rasch ab, wie es in bei dem in Abb. 3.11 dargestellten Extremfall zu sehen ist. Die hier betrachteten Fluoreszenzverläufe fallen jedoch in der gewichteten Summe nicht schneller als exponentiell ab. Somit lassen sich die beschriebenen Beobachtungen mit effizienterer longitudinale Kühlung erklären. Diese kann entweder durch eine sprunghaft erhöhte Kühlrate oder eine stark verminderte Heizrate verursacht werden. Beides tritt bei fehlender strahlinterner Streuung ein. Durch Verschwinden von "harten Stößen" werden die Ionen einerseits nicht mehr aus der kalten Fraktion in den heißen Untergrund transportiert. Andererseits wird die Geschwindigkeitsverteilung sehr schmal, so daß sich annähernd alle Ionen mit der Sollgeschwindigkeit bewegen. Da aber die Verstimmung  $\delta\nu \approx 0$  eingestellt ist, folgt, daß sich sämtliche Ionen mit dem Kühllaser in Resonanz befinden. Somit ergibt sich die größtmögliche Kühlkraft.

Diese Schlußfolgerung wird durch die in Abb. 5.2 gezeigten HV-Scans bestätigt. Man erkennt eine sprunghafte Abnahme des heißen Untergrunds nach t $\approx 27$ s, bei gleichzeitiger Verringerung der Peakbreiten bis an die apparative Auflösungsgrenze, ähnlich wie es in Abb. 3.13 für den Fall des transversalen Strahlaufheizens zu sehen ist. Jedoch nimmt die integrale Zählrate mit der Zeit weiterhin exponentiell ab (Abb. 5.3), im Gegensatz zu den HV-Scans, die im Fall der dispersiven Strahlaufheizung aufgenommen wurden (Abb. 3.14). Damit bestätigt sich wiederum, daß keine Teilchen aus dem Überlappbereich mit dem Laserstrahl verloren gehen, sondern durch plötzliches Verschwinden strahlinterner Stöße die Ionen aus dem heissen Untergrund in die kalte Ionenfraktion "umgepumpt" werden. Die Kühlbedingungen waren dabei die gleichen, die bei der Messung der in Abb. 5.1 abgebildeten Fluoreszenzverläufe herrschten. Lediglich die Gesamtteil-



**Abbildung 5.2:** Die HV-Scans zeigen eine plötzliche Veränderung der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung.



**Abbildung 5.3:** Integrale Zählrate der HV-Scans mit exponetieller Anpassung, aufgetragen über die Zeit nach der Injektion.

chenzahl bei der Injektion war geringer, so daß der Sprung in der simultan gemessenen Fluoreszenz früher auftrat.

Die Auswertung der HV-Scans analog zu dem in Kapitel 2 beschriebenen Verfahren liefert den longitudinalen Temperaturverlauf und das Verhältnis von heißem Untergrund zur Gesamtteilchenzahl (Abb. 5.4 (unten)). Aufgrund der geringen Zählrate und der zum Teil stark vom Gaußprofil abweichenden Form der Maxima ist die Anpassung mit einer Summe aus sechs Gaußkurven mit großen statistischen bzw. systematischen Unsicherheiten behaftet. Hinzu kommen systematische Fehler durch die endliche Auflösung, die durch den experimentellen Aufbau gegeben ist. Insgesamt läßt sich ein Fehler für Tvon 0,2K und für  $F_{heiss}/F_{gesamt}$  von 0,1 abschätzen. Man erkennt aber eine sprunghafte Abnahme sowohl der Temperatur, als auch des Untergrunds nach ca. 27 s.

In der Strahlzeit November '98 stand zur Aufnahme der Photomultiplier-Zählraten nur ein Multiscaler zur Verfügung. Um jedoch während eines Meßzyklus sowohl die


**Abbildung 5.4:** Oben: Fluoreszenzverlauf an PM1 und PM2 (obere bzw. untere Kurve). Unten: Zeitliche Entwicklung des Verhältnisses der integralen Untergrundzählrate zum Gesamtsignal (offene Kreise) und der longitudinalen Temperatur (ausgefüllte Kreise).

Langzeitfluoreszenz als auch die longitudinale Geschwindigkeitsverteilung mit HV-Scans messen zu können, wurden die Photomultipliersignale auf ein digitales Oszilloskop (Modell Tektronix TDS 210) gegeben. Der Bildschirmausdruck in Abb. 5.4 (oben) stellt die Fluoreszenzverläufe gemessen an PM1 und PM2 (obere bzw. untere Kurve) dar, die während desselben Meßzyklus aufgenommen wurden, wie die HV-Scans in Abb. 5.2 bzw. Abb. 5.4 (unten). Die Darstellungsgröße des Oszilloskopausdrucks ist daher so gewählt, daß die Zeitachse mit derjenigen in Abb. 5.4 (unten) übereinstimmt. Die Einschnitte bzw. Erhöhungen in den Fluoreszenzsignalen sind auf die HV-Scans zurückzuführen. Man erkennt deutlich, daß zeitgleich mit der Überhöhung bzw. dem Abfallen der Fluoreszenzintensitäten die den HV-Scans angepaßte longitudinale Temperatur sowie das Verhältnis von Untergrundzählrate zum Gesamtsignal drastisch abnimmt.

In Abb. 5.5 ist zusätzlich ein Ausschnitt aus dem Frequenzspektrums des Fluoreszenzsignals  $F_1$  gezeigt. Das deutliche Maximum bei der Frequenz  $\nu \approx 4,3$  Hz ist sowohl vor als auch nach der starken Überhöhung des Signals  $F_1$  im Spektrum vorhanden. Je-



Abbildung 5.5: Ausschnitt aus dem Frequenzspektrum des Fuoreszenzsignals von PM1

doch ist es nach dem Fluoreszenzanstieg wesentlich stärker ausgeprägt. Daher läßt sich vermuten, daß es sich bei diesem Störsignal um eine periodische Schwankung in einem der Speicherringkomponenten handelt. Eine solche Fluktuation des Netzteils der Dipolmagnete wurde in der Strahlzeit Februar '99 festgestellt, welche eine erhebliche Störung der Meßsignale verursachte.

Zur Diagnose der räumlichen Ionenverteilung im longitudinalen Freiheitsgrad wurden Pickupbilder aufgenommen (Abb. 5.6). Die drei Bereiche erhöhten Meßsignals, die in jedem Teilbild zu erkennen sind, entsprechen den drei im Speicherring umlaufenden Ionenbunchen. Die Daten sind mit einem Gaußfilter geglättet worden, um den erheblichen Rauschuntergrund zu unterdrücken. Ca. 25s nach der Injektion weist die Ionenverteilung eine erhebliche Dichteerhöhung am *linken* Rand des Bunches auf. Der Vergleich mit dem Fluoreszenzverhalten (Abb. 5.6 (oben)) ergibt auch in diesem Fall eine zeitliche Korrelation von Fluoreszenz- und Pickupsignal: Nachdem der heiße Untergrund völlig verschwunden ist (untere Fluoreszenzspur), konzentrieren sich sämtliche Ionen an der linken Wand des Pseudopotentials. Damit unterscheidet sich die longitudinale Ionendynamik grundlegend von derjenigen bei dispersiver Strahlaufheizung (Abb. 3.13). In jenem Fall wird eine Zunahme der Ionendichte am rechten Bucketrand beobachtet, was auf eine schwache effektive Laserkraft infolge von Strahlaufweitung jenseits des Laserstrahlprofils zurückzuführen ist. Folglich bedeutet eine Erhöhung der Ionendichte am linken Bucketrand, daß die effektive Laserkraft die Gegenkraft durch die Hochfrequenzrampe überwiegt, so daß die Ionen die Rampe ,,hochgeschoben" werden. Somit ist die Form der räumlichen Verteilung die direkte Folge von der sich aus dem schmalen Geschwindigkeitsprofil ergebenden extremen Kühlkraft.

Neben den in Kapitel 2 beschriebenen Meßsystemen zur Diagnose des Phasenraums wurde bei den Langzeitmessungen im November '98 ein weiteres Verfahren zur Echtzeitdiagnose der longitudinalen Strahldynamik verwendet. Dabei werden Fluktuationen des Strahlstroms ähnlich der Pickupdiagnose gemessen und mit einem Spektrumanalyser



**Abbildung 5.6:** Nach dem Anstieg bzw. Abfall des Fluoreszenzsignals an PM1 bzw. PM2 (oben) erhöht sich die Ionendichte an den linken Bunchseiten (unten).

spektral analysiert. Die integrale Amplitude eines Frequenzbereiches um die Mittenfrequenz  $\nu_{mitte}$  wird dann über die Zeit angezeigt. In Abb. 5.7 ist das entsprechende Signal für  $\nu_{mitte} = 3,3814$  MHz in einfach-logarithmischer Skala aufgetragen. Es spiegelt für die gewählte Mittenfrequenz den spektralen Anteil der fünften Harmonischen der longitudinalen räumlichen Verteilung wider, da  $\nu_{HF} = 676,3$  kHz eingestellt war. Somit gibt es Auskunft über die Krümmung der Bunchform, wobei der sichtbare Anstieg der lokalen Verdichtung in longitudinaler Richtung entspricht, die aus den Pickupaufnahmen (Abb. 5.6 (unten)) hervorgeht. Dieses Diagnoseinstrument ist wesentlich empfindlicher als die Pickupdiagnose, und es liefert ein gutes Verhältnis von Signal zu Rauschen für Strahlströme von wenigen Nanoampere. Nichtsdestotrotz ersetzt es nicht die Pickupmethode, da das Meßsignal nicht die volle Information über die räumliche Verteilung enthält.

Nach dem plötzlichen Auftreten des veränderten Strahlverhaltens ist in einigen Fällen die Bunchfrequenz im Bereich von  $\pm 0.5$  Hz variiert worden. Dadurch ließ sich der Anstieg



**Abbildung 5.7:** Der Strahlstrom wird spektral analysiert und der zur 5. Harmonischen der räumlichen Verteilung gehörigen Anteil über die Zeit aufgetragen.

des Fluoreszenzsignals in PM1 bei simultanem Abfall in PM2 aufgrund des plötzlichen Verschwindens von IBS rückgängig machen. Nachdem jedoch wieder die ursprüngliche Bunchfrequenz eingestellt wurde, ergab sich der beschriebene Sprung in den Fluoreszenzsignalen. Hiermit ist vermutlich der Einbruch bzw. der momentane Anstieg der Photomultiplierzählraten in Abb. 5.6 (oben) ca. 85 s nach der Injektion zu erklären.

In stärkerem Maße wird das Einsetzen des beschriebenen Strahlverhaltens jedoch durch die Gesamtteilchenzahl bestimmt. Als Maß hierfür kann bei festen Kühlbedingungen das Fluoreszenzsignal selbst betrachtet werden. Aus dem Vergleich von Abb. 5.1 mit Abb. 5.6 (oben) folgt, daß bei beiden Messungen das veränderte Strahlverhalten bei einer Zählrate von  $(2 \pm 1) \cdot 10^4 s^{-1}$  an PM1 und PM2 auftrat, jedoch zu verschiedenen Zeiten nach der Injektion. Diese Abhängigkeit von der Gesamtteilchenzahl wird von den übrigen Messungen bestätigt. Beim Verstellen der transversalen Laserstahllage stellte sich zudem heraus, daß die Teilchenzahl, bei der das abrupte Strahlverhalten eintritt, wiederum vom transversalen Laserstrahlversatz abhängig ist. Der Fluoreszenzsprung trat bei etwa dreifach größeren Teilchenzahlen auf, wenn der Laserstrahl um  $\Delta x = 200 \, \mu {
m m}$ in Richtung des Ringinneren parallelverschoben war, was eine geringere transversale Kühlrate bedeutet. Andererseits blieben die sprunghaften Veränderungen in den Meßsignalen während eines Injektionszyklus gänzlich aus, wenn eine Laserstrahlverschiebung  $\Delta x \gtrsim 600 \mu \text{m}$  eingestellt war, d. h. im Bereich maximaler transversaler Kühlung. Bei einem relativen Laserstrahlversatz von  $\Delta x < 200 \,\mu\mathrm{m}$  ließ sich ferner eine Situation beobachten, bei der die beschriebene Überhöhung bzw. das Abfallen der Fluoreszenzsignale in Verbindung mit einem raschen Abklingen durch transversales Strahlaufheizen auftrat.

Anstatt des Rechteckbuckets mit Rampe wurde bei einigen Messungen ein sinusförmiges Hochfrequenzbucket der Peak-to-Peak-Spannung von 37 V benutzt. Der beschriebene Effekt trat auch in diesem Fall ein, jedoch stets in Verbindung mit transversalem Strahlaufheizen.

#### 5.1.2 Transversale Strahldynamik

Zur Diagnose des transversalen Phasenraums wurde jeweils eine BPM-Aufnahme je Meßzyklus nach dem Auftreten der Fluoreszenzüberhöhung bei PM1 gemacht. Aufgrund des geringen Strahlstroms ist die Zählrate sehr niedrig, so daß die Rohdaten in Abb. 5.8 (oben) stark verrauscht erscheinen. Nach der Filterung mit der Methode nach Savitzky-



Abbildung 5.8: Rohdaten (oben) und die gefilterte Meßkurve des transversalen Strahlprofils nach der Fluoreszenzüberhöhung an PM1 (unten). Das schmalere Strahlprofil (helle Linie) wurde bei einem Meßzyklus ohne Fluoreszenzüberhöhung aufgenommen. Zusätzlich ist das Laserstrahlprofil eingetragen (gestrichelte Linie).

Golay, welche das nullte und höhere statistische Momente der Verteilung erhält, ergibt sich das im unteren Teil der Abbildung gezeigte horizontale Stahlprofil (dunkle, durchgezogene Linie). Daran läßt sich eine Gaußkurve anpassen, aus deren Standardabweichung  $\sigma_{fit}$  nach quadratischer Subtraktion der zuvor gemessenen apparativen Auflösungsbreite eine transversale Strahltemperatur von T $\approx 5200$  K folgt. Zusätzlich sind in dem Teilbild ein gefiltertes Strahlprofil aufgetragen, was bei einer Messung aufgenommen wurde, bei der eine Sinusspannung zum Strahlbunching verwendet wurde (helle, durchgezogene Linie). Die übrigen experimentellen Parameter blieben jedoch unverändert. Während dieser Messung trat der beschriebene Sprung in der Fluoreszenz nicht ein. In diesem Fall ergibt sich mit dem gleichen Auswerteverfahren eine Temperatur von T $\approx$  1300 K. Außerdem zeigt das gestrichelt gezeichnete Laserprofil, daß in beiden Fällen der Überlapp des Ionenstrahls mit dem Laserstrahl viel größer ist als es beim transversalen Aufheizen der Fall ist. Dabei ist zu beachten, daß die Ionenstrahlfokussierung im Bereich des BPM von der mittleren Fokussierung in der Lasersektion verschieden ist, was mit dem Verhältnis der Betafunktionen in horizontaler Richtung  $\overline{\beta_h^{las}}/\beta_h^{bpm} \approx 1,3$  berücksichtigt wird.

Die Tatsache, daß die Strahlprofilmessungen nach dem Auftreten des Fluoreszenzsprungs systematisch wesentlich größere Ionenstrahlbreiten ergeben als Messungen, bei denen die Fluoreszenz glatt abfällt, deutet auf einen transversalen Heizprozeß hin. Dies wird von der Tatsache gestützt, daß der beschriebene Effekt bei effizientem transversalen Kühlen nicht auftritt. Zudem ist in der Strahlzeit April '99 ein sehr ähnliches Strahlverhalten beobachtet worden (Abb. 5.10), das von der systematischen Ionenstrahlverbreiterung begleitet war. Durch Variation des Strahlstroms bei den gleichen experimentellen Einstellungen stellte sich heraus, daß für höhere Strahlströme das charakteristische gegenläufigen Fluoreszenzverhalten stetig in die synchron rasch abfallenden Verläufe überging, die für transversales Strahlaufheizen typisch ist. In dem hier beschriebenen Fall bei geringem Strahlstrom stabilisiert sich jedoch die Ionendynamik bei einer größeren Strahlbreite, so daß sich der gesamte Ionenstrahl und der Laserstrahl weiterhin überdecken. Ein abruptes Abnehmen von strahlinternen Stößen wäre demnach die direkte Folge von der beim transversalen Aufheizen sinkenden Phasenraumdichte (vgl. Abschn. 3.5).

#### 5.2 Interpretationsansätze

Die Beobachtungen des abrupten Stahlverhaltens lassen sich folgendermaßen zusammenfassen. Bei leichter Verstimmung der Bunchfrequenz  $\delta\nu \approx 0$  und schwacher dispersiver Kühlung tritt bei einer bestimmten Gesamtteilchenzahl abrupt eine deutlich verstärkte longitudinale Strahlkühlung auf. Sie ist mit einem plötzlichen Verschwinden von IBS zu deuten. Sie äußert sich durch folgende charakteristische Veränderungen der Meßkurven:

- Langzeitfluoreszenz: Starke Signalüberhöhung an PM1, Fluoreszenzabfall auf den Streulichtuntergrund an PM2;
- HV-Scans: Verschwinden des breiten Untergrunds, sehr schmale Maxima. Stetiger exponentieller Abfall der Gesamtzählrate;
- Pickup: Sehr schmales Maximum an der linken Bunchseite;
- BPM: Leichte Verbreiterung des Ionenstrahls;

Die systematische Beobachtung eines verbreiterten Ionenstrahls nach dem plötzlichen Verschwinden von IBS läßt auf einen Heizprozeß schließen. Dabei handelt es sich nicht um dispersives Heizen in dem Sinne, wie es in Abschn. 3.5 beschrieben ist, denn der Ionenstrahl bleibt stets deutlich schmaler als der Laserstrahl, so daß der Effekt reversibel ist. Der Ionenstrahl weist also eine bistabile longitudinal-transversal gekoppelte Dynamik auf.

Eine mögliche Interpretation des beobachteten Effekts wäre eine (eindimensionale) Strahlkondensation. Theoretischen Vorhersagen zufolge verschwindet bei der Ausbildung einer geordneten Struktur IBS abrupt. Gestützt wird dieser Interpretationsansatz von der Beobachtung einer kritischen Gesamtteilchenzahl, die einem mittleren longitudinalen Teilchenabstand von  $d \approx 30 \,\mu$ m entspricht. Modellrechnungen sagen gerade für einen minimalen Ionenabstand dieser Größenordnung die Bildung einer linearen Kette im TSR voraus. Gegen diesen Deutungsansatz spricht aber die beobachtete Strahlverbreiterung. Aufgrund der Scherbewegung des Ionenstrahls im Bereich der Dipolmagnete ist nicht zu erwarten, daß sich eine longitudinale Ordnung ausbilden kann, wenn die transversale Strahlbreite wesentlich größer ist als der longitudinale Teilchenabstand. Außerdem sind die Werte für den longitudinalen Plasmaparameter etwa eine Größenordnung kleiner als der Wert eins, für den man einen stark gekoppelten Zustand des Strahls erwartet (Abb. 5.9).



**Abbildung 5.9:** Zeitliche Entwicklung des longitudinalen Plasmaparameters bei plötzlichem Verschwinden von IBS nach ca. 30 s.

Ein alternativer Interpretationsansatz des plötzlich verminderten IBS bei leichter Strahlaufweitung ist durch den folgenden kausalen Zusammenhang gegeben, der sich an die Dynamik des dispersiven Strahlaufheizens anlehnt. Dabei wird angenommen, daß trotz des geringen relativen Laserstrahlversatzes in Richtung des Ringäußeren die dispersive Kopplung schwach heizend wirkt. Bei einer gewissen Gesamtteilchenzahl überwiegt dann die transversale Heizrate dem indirekten Kühlmechanismus über IBS, so daß sich der Strahl transversal verbreitert. Dadurch nimmt IBS sehr stark ab, was zur Folge hat, daß die Geschwindigkeitsverteilung kollabiert und alle Ionen in Resonanz mit dem Kühllaser geraten. Daraus ergibt sich bei kleiner Verstimmung der Bunchfrequenz eine extrem hohe longitudinale Kühlrate, welche über IBS die Strahldynamik transversal stabilisiert. Diese Deutung ist jedoch nicht sehr plausibel, da das Argument für die transversale Strahlstabilisierung im Widerspruch zur Annahme von sehr schwachem IBS steht. Außerdem wurde bei den beschriebenen Messungen ein relativer Laserstrahlversatz eingestellt, der eine, wenn auch nur leichte, transversale Kühlung bewirkte.

Weitere Möglichkeiten der Interpretation des beschriebenen Effekts unter der Voraussetzung schwacher dispersiver Kühlung wären phasenraumdichte- oder strahlbreitenabhängige Heizeffekte. So kann z.B. stark ausgeprägte Raumladung zu einer Verschiebung des Arbeitspunkts (tune) Q führen. Wenn die zwischen den Ionen wirkende Coulombkräfte in die Größenordnung des transversalen Einschlusses geraten, kann es zu einem sogenannten ,,tune-shift" kommen, der wiederum transversale Strahlinstabilitäten verursachen kann. Durch die resultierende Strahlaufheizung vermindert sich der Einfluß der Raumladung, was zu einer Stabilisierung der Strahldynamik führt.

Ebenfalls denkbar ist ein Heizeffekt höherer Ordnung in  $\Delta x$  analog zum dispersiven Kühlen/Heizen. Ein solcher Mechanismus wäre abhängig von der Breite bzw. Form des Ionenstrahlprofils. Insbesondere die Chromatizität des Speicherrings  $\xi = \frac{\Delta Q}{\Delta p/p}$  in Verbindung mit einem nichtlinearen transversalen Strahlprofil kann zur transversalen Strahlaufheizung führen. Dabei bezeichen  $\Delta Q$  eine Verschiebung des Arbeitspunkts, p den longitudinalen Teilchenimpuls und  $\Delta p$  eine Abweichung davon. Somit könnte die mit sinkender Teilchenzahl abnehmende Strahlbreite einen Heizeffekt bewirken. Nachdem sich der Ionenstrahl verbreitert hat, würde die transversale Heizrate wieder abnehmen, was sich wiederum stabilisierend auf die Strahldynamik auswirken würde.

Für einen solchen Effekt, der mit den Breiten von Ionen- und Laserstrahl zusammenhängt, spricht die Beobachtung eines sehr ähnlichen Strahlverhaltens während der Strahlzeit April '99 (Abb. 5.10). Man erkennt in den Fluoreszenzverläufen ebenfalls gegenläufige Schwankungen, jedoch ist es nicht gelungen, einen stabilen Zustand herbeizuführen, wie es bei der in Abb. 5.1 dargestellten Fluoreszenzmessung der Fall war. Die übrigen Strahldiagnoseverfahren zeigen die gleiche charakteristische Signatur wie bei den oben beschriebenen Messungen aus der Strahlzeit November '98. Der wesentliche Unterschied bei den experimentellen Bedingungen bestand in der deutlich geringeren Laserstrahltaille von  $w_0 \approx 1,2$  mm. Somit war vermutlich der Strahlzustand bei größerer Strahlbreite nach dem Sprung im Fluoreszenzsignal aufgrund des schmalen Laserstrahls nicht stabil, was die starken Fluoreszenzschwankungen erklären würde.

Somit steht eine umfassende Beschreibung der Strahldynamik in diesem bislang unerreichten extremen Regime noch aus.



**Abbildung 5.10:** Fluoreszenzverläufe bei extremer Laserkühlung mit einem schmalen Laserstrahl.

# Kapitel 6 Ausblick

Laserkühlung in Verbindung mit Strahlbunching zur Erzeugung einer Gegenkraft stellt ein zeitlich unbegrenztes Kühlschema dar. Durch Strahlbunching mit beliebigen Wellenformen kann die longitudinale Ionendynamik und damit die Ionenverteilung beeinflußt werden. Dabei bewirkt die FBE eine Unterdrückung von IBS-Verlusten aus dem Hochfregenzbucket. Außerdem führt die Kopplung der transversalen an den longitudinalen Freiheitsgrad über IBS bzw. die Speicherringdispersion in Verbindung mit einem transversalen Laserkraftgradienten zur indirekten transversalen Strahlkühlung. Mithilfe der Diagnose-Methoden HV-Scan, Fluoreszenzaufnahmen, BPM und Pickup, ist somit die Langzeitdiagnose des gesamten Phasenraums eines effizient lasergekühlten Ionenstrahls möglich. Zur Untersuchung des Strahlverhaltens bei unterschiedlichen Kühlbedingungen sind Langzeitmessungen bei verschiedenen Einstellungen der folgenden experimentellen Parametern durchgeführt worden: Form und Frequenz der Bunchspannung, Harmonischenzahl der Bunchfrequenz, FBE, Ionenstrahlstrom, transversale Laserstrahllage relativ zum Ionenstrahl und die Laserleistung. Zur Charakterisierung des Phasenzustands eines Ionenstrahls als stark anisotropes einkomponentiges Plasma wird ein longitudinaler Plasmaparameter  $\Gamma_{\|}$  definiert. Die größten Werte für  $\Gamma_{\|}$ liegen im Bereich  $\Gamma_{\parallel} = 0, 1 \pm 0, 05$  und werden beim Laserkühlen mit einem sinusförmigen Hochfrequenzbucket bei maximaler transversaler Kühlung erreicht. Somit ist die minimale longitudinale Temperatur von  $T_{\parallel}\approx 1\,{\rm K}$  bei einer Gesamtteilchenzahl von  $N\,\approx\,10^7$  und einer transversalen Temperatur von  $T_{\perp} \approx 200 \,\mathrm{K}$  ca. einen Faktor 10 zu hoch zum Erreichen der Bedingung  $\Gamma_{\parallel} = 1$ .

Zur Erweiterung des Verständnisses der Ionendynamik bei unterschiedlichen Kühlbedingungen wurde das Strahlverhalten im Falle von leichtem dispersiven Aufheizen des Strahls untersucht. Dabei bildet sich im transversalen Freiheitsgrad eine räumliche Zweikomponentenverteilung aus, mit einem kalten Subensemble von Ionen mit kleiner Betatronamplitude und einem heißen Untergrund von Teilchen, die nur schwach mit dem Laser wechselwirken. In longitudinaler Raumrichtung ergibt sich daraus bei Strahlbunching mit einer rechteckförmigen HF-Spannung und zusätzlicher Rampe eine stark verdichtete Ionenverteilung an der tiefsten Stelle des Pseudopotentials und eine mangels IBS sehr schmale Geschwindigkeitsverteilung ohne Untergrund, aus deren Breite sich  $T_{\parallel} \approx 100 \text{ mK}$  ableiten läßt. Die Ortsverteilung zeigt große Ähnlichkeit mit der im Falle eines longitudinal stark raumladungsdominierten Strahls erwarteten Form. Diese Verteilung ergibt sich jedoch lediglich aus der uneinheitlichen effektiven longitudinalen Laserkraft, die Folge der transversalen Zweikomponentenverteilung bei transversaler Strahlaufheizung ist.

Die longitudinale Ionendynamik in Abhängigkeit einiger der oben genannten experimentellen Parametern wird qualitativ gut von eindimensionalen Modellrechnungen wiedergegeben. Dabei werden die Einteilchentrajektorien gemäß einer vorgegebenen Verteilung der Anfangswerte wiederholt berechnet. Die Coulombwechselwirkung zwischen den Teilchen wird vernachlässigt, wohingegen "harte Stöße" im Einteilchenbild berücksichtigt werden. Somit stellt diese Monte-Carlo-Simulation eine wesentliche Ergänzung zu einem Fokker-Planck-Ansatz mit konstantem Diffusionskoeffizienten dar.

In mehreren Strahlzeiten wurde ein abruptes Strahlverhalten bei extremen Kühlbedingungen beobachtet. Dabei handelt es sich um plötzliches Verschwinden strahlinterner Stöße ohne Teilchenverlust. Der Übergang in der Strahldynamik tritt stets bei einer bestimmten Teilchenzahl auf, ist reversibel und hängt kritisch von den experimentellen Parametern ab, insbesondere von der Bunchfrequenz. Insofern zeigt er starke Ähnlichkeit mit der erwarteten Signatur eines Phasenübergangs zu einem geordneten Zustand. Andererseits ist den auf geeignete Weise gefilterten BPM-Daten eindeutig zu entnehmen, daß die Breite des transversalen Ionenstrahlprofils zunimmt. Ähnlichkeit mit der Signatur des schwachen dispersiven Strahlaufheizens zeigen außerdem die mit HV-Scans gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen. Der entsprechende Wert des longitudinalen Plasmaparameters von  $\Gamma_{\parallel} \approx 0,1$  spricht ebenfalls gegen die Interpretation als Strahlkristallisation. Somit lassen sich die Beobachtungen vermutlich mit einem dichteabhängigen Heizprozeß interpretieren, der eine bistabile Strahldynamik verursacht.

Die teilweise großen Schwierigkeiten bei der Reproduktion der beschriebenen Beobachtungen machen deutlich, daß die an den Speicherring gestellten Anforderungen hinsichtlich der Präzision und Stabilität teilweise die technischen Grenzen erreichen. Beispielsweise beeinflussen Änderungen der Bunchfrequenz von  $\Delta\nu/\nu = 10^{-6}$  die Strahldynamik in erheblichem Maße. Ebenso hängen die Kühlbedingungen kritisch von der Verschiebung des Laserstrahls relativ zum Ionenstrahl um einige 100 µm ab. Von dieser Größenordnung können jedoch auch Fluktuationen in einzelnen Speicherringkomponenten sein. Die Gewährleistung höchstmöglicher Stabilität im Betrieb des Speicherrings ist also eine wesentliche Voraussetzung für die Schaffung stabiler Kühlbedingungen.

Trotz der verbesserten Auswertung der BPM-Messung durch Datenfilterung stellt der BPM aufgrund der hohen Auflösungstemperatur ( $T_{res} \approx 1000 \text{ K}$ ) und der geringen Statistik bei kleinen Strahlströmen ein stark limitiertes Meßgerät dar. Wie sich herausgestellt hat, ist jedoch die hinreichend präzise Strahldiagnose in transversaler Raumrichtung sehr wichtig auf der Suche nach einem Phasenübergang zu einem geordneten Zustand. Zu diesem Zweck wird derzeit eine magnetooptische Falle in den TSR eingebaut. Die kleine Wolke gefangener Cäsium-Atome kann kontrolliert über das transversale Ionenstrahlprofil bewegt werden. Durch Stöße mit den hochenergetischen Be-Ionen kommt es zur Ionisation der Cs-Atome, wobei die Ionisationsrate ein Maß für die lokale Dichte des Ionenstrahls darstellt. Die Genauigkeit der Ortsauflösung soll dabei 100  $\mu$ m betragen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Phasenraumdynamik in Langzeitmessungen untersucht, wobei alle zur Verfügung stehenden experimentellen Parameter variiert wurden. Die Auswertung der Meßergebnisse in Bezug auf die maximal erreichbaren Werte des longitudinalen Plasmaparameters von  $\Gamma_{\parallel} \approx 0.1$  belegt, daß Laserkühlung gebunchter Ionenstrahlen eine sehr effiziente Kühlmethode ist und hohe Phasenraumdichten erreicht werden. Zur befriedigenden Interpretation des dabei auftretenden abrupten Strahlverhaltens sind weitere Untersuchungen longitudinal-transversaler Kopplungsmechanismen wie IBS, Dispersion, Chromatizität, etc. nötig. Insbesondere der Zusammenhang von dispersiver Kühlung/Aufheizung und Teilchenzahl, Phasenraumdichte, longitudinaler Temperatur, Ionen- und Laserstrahlbreite könnte bei eingehender Analyse weitere Einsicht in die Phasenraumdynamik bei extremen Kühlbedingungen (Kap. 5) gewähren. Ebenfalls ist das mögliche Auftreten von Strahlinstabilitäten durch die Verschiebung das Arbeitspunktes etwa durch Raumladungseffekte zu analysieren. Allerdings scheinen die mit diesem Kühlschema erreichten Kühlraten nicht ausreichend hoch zu sein, um eine Strahlkristallisation herbeizuführen. Aus diesem Grunde muß über mögliche Erweiterungen und Alternativen zur verwendeten Kühlmethode nachgedacht werden.

Da es mit der Fertigstellung des neuen Hochstrominjektors in Kürze möglich sein wird, <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Strahlen mit einem etwa hundertfach höheren Strahlstrom im TSR zu speichern, bietet sich die Laserkühlung bei hohen Strahlströmen als nächster Schritt an. Damit wird es möglich sein, in ein bisher unerforschtes Regime vorzudringen. Eine weitere Möglichkeit der Erweiterung der vorhandenen Kühlmethoden ist das gleichzeitige Speichern von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>- und <sup>18</sup>O<sup>2+</sup>-Ionen, wobei der Sauerstoffstrahl sympathetisch mit dem lasergekühlten Berylliumstrahl gekühlt werden könnte. Zur effizienten Kühlung des ungebunchten Strahls ist außerdem ein Kühlschema mit einem zweiten, rotverstimmten, gegenläufigen Laserstrahl denkbar. Somit ergäbe sich ein Kühlkraftprofil ähnlich dem des Elektronenkühlers (s. Abb. 2.5), jedoch mit einem auf ca. 100 m/s begrenzten Fangbereich, der sich hervorragend mithilfe der FBE erweitern ließe. In jedem Fall sind zahlreiche interessante Möglichkeiten vorhanden, die bewährten Laserkühlmethoden von gespeicherten Ionenstrahlen weiterzuentwickeln.

## Anhang A

#### Verschiebung des stabilen Punkts



**Abbildung A.1:** Klassische Aufenthalswahrscheinlichkeit des harmonischen Oszillators für zwei unterschiedliche Schwingungsamplituden (durchgezogene Linien) und das  $gau\beta$ förmige Intensitätsprofil des Laserstrahls.

In Abb. A.1 ist die beschriebene Situation skizziert. Die gestrichelt eingezeichnete Gaußkurve mit der Standardabweichung  $\sigma_{las} \approx 0.6$  mm entspricht der transversalen Verteilung des Sättigungsparameters  $S(x, \sigma_{las}) = I_{las}(x, \sigma_{las})/I_{sat} = S_0 \exp(\frac{-x^2}{2\sigma_{las}^2})$ , und spiegelt somit das Laserprofil wider. Zusätzlich sind die Verläufe der normierten Aufenthaltswahrscheinlichkeiten

$$W_{klass}(x, x_0) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \sqrt{x_0^2 - x^2}} & : \quad x^2 < x_0^2 \\ 0 & : \quad x^2 \ge x_0^2 \end{cases}$$

zweier klassischer Teilchen skizziert, deren Schwingungsamplituden  $x_0 = 4,0 \text{ mm}$  bzw.  $x_0 = 0,3 \text{ mm}$  betragen. Dabei wird angenommen, daß die Teilchen harmonische Schwingungen ausführen. Das Verhältnis der mittleren Sättigungsparameter

$$\langle S(x_0, \sigma_{las}) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} W_{klass}(x, x_0) S(x, \sigma_{las}) dx = \frac{S_0}{\pi} \int_{-x_0}^{x_0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{las}^2}}}{\sqrt{x_0^2 - x^2}} dx$$

für die beiden Teilchen läßt sich analytisch berechnen und beträgt  $\langle S_1 \rangle / \langle S_2 \rangle = 0,12$ . Zur Illustration sind die Flächen, die vom Laserprofil S und  $W_{klass}$  für die zwei Teilchen eingeschlossenen werden, schraffiert bzw. gepunktet. Die entsprechende Verschiebung des stabilen Punkts in Einheiten der Bunchfrequenz läßt sich berechnen mittels

$$\delta\nu(x_0) = \frac{h}{C} \left( v^*(\langle S(0) \rangle) - v^*(\langle S(x_0) \rangle) \right) \quad , \tag{A.1}$$

wobei  $v^*(\langle S \rangle)$  durch die Gleichung 2.11 gegeben ist.

Da im allgemeinen die transversale Ionenverteilung  $W_x(x, \sigma_{ion})$  gut durch eine Gaußkurve mit der Standardabweichung  $\sigma_{ion}$  oder durch die Summe zweier Gaußkurven beschrieben werden kann, ist somit ebenfalls die Verteilung der Amplituden bekannt. Denn die Integralgleichung

$$W_x(x) = \int_0^\infty W_{x_0}(x_0) W_{klass}(x, x_0) dx_0$$

mit der normierten Gaußfunktion  $W_x(x) = e^{-x^2/(2\sigma_{ion}^2)}/(\sqrt{2\pi}\sigma_{ion})$  wird gelöst durch die Gleichung

$$W_{x_0}(x_0) = \frac{x_0}{\sigma^2} e^{-\frac{x_0^2}{2\sigma_{ion}^2}} \quad . \tag{A.2}$$

Diese Verteilungsfunktionen sind in Abb. A.2 (a) und (b) für  $\sigma_{ion} = 3 \text{ mm}$  dargestellt (durchgezogene Linien). Außerdem ist in Teilbild (a) noch das Intensitätsprofil des Laserstrahls mit  $\sigma_{las} = 0,6 \text{ mm}$  aufgetragen. Mit den Gleichungen A.1 und A.2 läßt sich eine Verteilungsfunktion für die Verschiebung des stabilen Punkts angeben

$$W_{\delta\nu}(\delta\nu) = W_{x_0}(\delta\nu^{-1}(x_0))$$

Hierbei bezeichnet  $\delta \nu^{-1}(x_0)$  die Umkehrfunktion der Gl. A.1. In Abb. A.2 (c) ist diese Verteilung für die gegebenen Breiten  $\sigma_{ion}$  und  $\sigma_{las}$  und einer Gegenkraft  $F_{gegen} \approx 1.8 \text{ meV/m}$ gezeigt. Diese Kraft wird von einer Rechteckspannung mit zusätzlicher Rampe der Steigung 5V je Bunchlänge bei  $\nu_{HF} \approx 676 \text{ kHz}$ , h=3 und einem Tastverhältnis von 0,5 erzeugt. Berechnet man den Mittelwert

$$\langle \delta \nu(\sigma_{ion}) \rangle = \int_0^\infty \delta \nu W_{\delta \nu}(\delta \nu, \sigma_{ion}) d\delta \nu$$



**Abbildung A.2:** Links: Transversales Ionen- und Laserstrahlprofil (durchgezogene bzw. gestrichelte Linie). Mitte: Die entsprechende Verteilung der Betatronamplituden. Rechts: Die resultierende Verteilungsfunktion für die Verschiebung des stabilen Punkts in Einheiten der Bunchfrequenz.

und trägt ihn über die Standardabweichung des gaußförmigen Ionenstrahlprofils  $\sigma_{ion}$  auf, so ergibt sich der in Abb. A.3 abgebildete Verlauf. Die Mittelung über  $\delta\nu$  ist strenggenommen nur sinnvoll, solange das Ionenensemble über IBS stark relaxiert und sich transversal keine Zweikomponentenverteilung ausbildet. Unter der Annahme, die Ortsverteilung lasse sich durch die Summe von zwei Gaußkurven  $W_x(x, \sigma_{ion,1})$  und  $W_x(x, \sigma_{ion,2})$ beschreiben, ist es sinnvoll, aus der in Abb. A.3 widergegebenen Abhängigkeit die jeweiligen mittleren Verschiebungen  $\delta\nu_{1,2}$  zu ermitteln. Die Summe dieser Größen, gewichtet mit dem Integral der jeweiligen Unterverteilung, ergibt schließlich die mittlere Verschiebung des stabilen Punkts für die gesamte Ionenverteilung. Die auf diese Weise berechnete Größe ist in Abb. 3.15 (unten) aufgetragen.

Die bisherigen Betrachtungen beschränken sich auf den Zusammenhang von der Lage des stabilen Punkts mit der Ortsbreite eines Ionenensembles. Im folgenden soll der Einfluß der Geschwindigkeitsbreite kurz diskutiert werden. Dazu betrachtet man die in Abb. A.4 (unten) dargestellte Situation zweier Ionengesamtheiten, deren Geschwindigkeitsverteilungen  $W_v(v) = \exp(-\frac{(v-v_0)^2}{2\sigma_v^2})/(\sqrt{2\pi}\sigma_v)$  gaußförmig sind mit unterschiedlichen Standardabweichungen  $\sigma_v$ . Diese Annahme gilt nur für sehr kleine Geschwindigkeitsbreite, da andernfalls das Geschwindigkeitsprofil durch die Laserkraft asymetrisch verzerrt wird.

Entscheidend ist, daß die Kühlkraft  $F_{k\ddot{u}hl} = F_{las} - F_{gegen}$  (Abb. A.4 (oben)), die sich aus der Laserkraft und einer konstanten Gegenkraft zusammensetzt, in dem für die Ionenverteilung relevanten Bereich um die stabile Geschwindigkeit  $v^*$  einen nichtlinearen Verlauf hat. Unter der Annahme einer verschwindenden Fehlanpassungskraft muß für



**Abbildung A.3:** Verschiebung des stabilen Punkts in Einheiten der Bunchfrequenz als Funktion der Standardabweichung des transversalen Ionenstrahlprofils.

die mittlere Kühlkraft

$$\langle F_{k\ddot{u}hl} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} F_{k\ddot{u}hl}(v) W_v(v) dv = 0$$

gelten. Aus dieser Bedingung läßt sich die Lage des Maximums der Geschwindigkeitsverteilung  $v_0$  bestimmen. Die mittlere Verschiebung des stabilen Punkts in Einheiten der Bunchfrequenz  $\langle \delta \nu \rangle = h/C(v_0 - v^*)$  ist in Abb. A.5 über die Standardabweichung der Geschwindigkeitsverteilungen  $\sigma_v$  aufgetragen. Dabei wurden die gleichen Parameter angenommen wie bei der Diskussion der Verschiebung des stabilen Punkts in Abhängigkeit von der Ionenstrahlbreite.

Experimentell wurde eine maximale Verschiebung des stabilen Punkts als Funktion der Laserleistung von etwa 7 Hz in der Bunchfrequenz gemessen (s. Abb. 3.8). Dabei verbreitert sich der Ionenstrahl maximal auf  $\Delta \sigma_{ion} \approx 3 \text{ mm}$  (s. Abb. 3.13 (unten)). Die longitudinale Temperatur einer lasergekühlten Verteilung liegt dabei stets im Bereich  $100 \leq T_{\parallel} \leq 3 \text{ K}$ , woraus sich eine maximale Geschwindigkeitsänderung von  $\Delta v \approx 50 \text{ m/s}$ ergibt. Abb. A.3 und A.5 entnimmt man, daß unter den gemachten Annahmen eines gaußförmigen transversalen Ionenstrahlprofils und einer gaußförmigen Geschwindigkeitsverteilung für die genannten Werte von  $\Delta \sigma_{ion}$  und  $\Delta v$  eine Maximalverschiebung des stabilen Punkts von etwa 4 Hz zu erwarten ist, wobei die beiden Effekte (Strahlaufweitung und Kollaps der Geschwindigkeitsverteilung) gegenläufig sind. Somit gibt es eine bisher unaufgeklärte Diskrepanz zwischen dem angenommenen Modell und dem Experiment.



**Abbildung A.4:** Oben: Kühlkraftprofil. Unten: Zwei gaußförmige Geschwindigkeitsverteilungen unterschiedlicher Breite. Die Lage des Maximums bestimmt sich aus der Stabilitätsbedingung  $\langle F_{kühl} \rangle = 0$ .



**Abbildung A.5:** Verschiebung des stabilen Punkts in Einheiten der Bunchfrequenz in Abhängigkeit von der Standardabweichung der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung.

### Literaturverzeichnis

- [Bec92] Chr. Becker. Frequenzstabilisierung von Argon-Ionen-Lasern im Langzeitbereich für die Laserkühlung von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionen. Diplomarbeit, Universität Heidelberg und Max-Planck-Institut für Kernphysik, 1992.
- [Bir92] G. Birkl, S. Kassner und H. Walther. Observation of Ordered Structures of Laser-Cooled Ions in a Quadrupole Storage Ring. *Phys. Rev. Lett.*, 68(2007), 1992.
- [Bis90] G. Bisoffi, M. Grieser, E. Jaeschke, D. Krämer und A. Noda. Radiofrequency Stacking Experiments at the Heidelberg Test Storage Ring. Nucl. Instr. Meth. A, 287(320), 1990.
- [Boc97] R. Bock. Ion Beam Inertial Fusion. In K. Jungmann, J. Kowalski, I. Reinhard und F. Träger, Hrsg., Atomic Physics Methods in Modern Research, Seiten 211–229. Springer-Verlag, 1997.
- [Cou58] E.B. Courant und H.S. Snyder. Theory of the Alternating Gradient Synchrotron. Annals of Physics, 3(1), 1958.
- [Die87] F. Diedrich, E. Peik, M. Chen, W. Quint und H. Walther. Observation of a Phase Transition of Stored Laser-Cooled Ions. *Phys. Rev. Lett.*, 59(2931), 1987.
- [Eis98] U. Eisenbarth. Kühlung hochenergetischer Ionenstrahlen am Speicherring TSR: neuartige Bunchformen und Raumladungseffekte. Diplomarbeit, Universität Heidelberg und Max-Planck-Institut für Kernphysik, 1998.
- [Gri94] R. Grieser, R. Klein, G. Huber, S. Dickopf, I. Klaft, P. Knobloch, P. Merz, F. Albrecht, M. Grieser, D. Habs, D. Schwalm und T. Kühl. A test of special relativity with stored lithium ions. *Appl. Phys. B*, 59:127–133, 1994.
- [Gri98] R. Grimm, U. Eisenbarth, M. Grieser, P. Lenisa, I. Lauer, V. Luger, T Schätz, U. Schramm, D. Schwalm und M. Weidemüller. Transverse Laser Cooling of fast ion beams at the Storage Ring TSR. In P. Chen, Hrsg., Proceedings of the workshop on quantum aspects of beam physics. Monterey, 1998.

- [Gru93] A. Gruber. Verbesserung des Laserfrequenz-Stabilisierungssystems zur Kühlung von <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionen am TSR. Diplomarbeit, Universität Heidelberg und Max-Planck-Institut für Kernphysik, 1993.
- [Hab95] D. Habs und R. Grimm. Crystalline Ion Beams. Annu. Rev. Nucl. Part. Sci., 45:391–428, 1995.
- [Han95] J.S. Hangst, J.S. Nielsen, O. Poulsen, P. Shi und J.P. Schiffer. Laser Cooling of a Bunched Beam in a Synchrotron Storage Ring. *Phys. Rev. Lett.*, 74(22):4432– 4435, may 1995.
- [Has90] R.W. Hasse und J.P. Schiffer. The Structure of the Cylindrically Confined Coulomb Lattice. Annals of Physics, 203:419–448, 1990.
- [Has99] Rainer W. Hasse. Theoretical Verification of Coulomb Order of Ions in a Storage Ring. submitted for publication, 1999.
- [Hoc94] B. Hochadel. Untersuchungen zum Intrabeam Scattering am TSR. Dissertation, Universität Heidelberg und Max-Planck-Institut für Kernphysik, 1994.
- [Lau98] I. Lauer, U. Eisenbarth, M. Grieser, R. Grimm, P. Lenisa, V. Luger, T. Schätz, U. Schramm, D. Schwalm und M. Weidemüller. Transverse laser cooling of a fast stored ion beam through dispersive coupling. *Phys. Rev. Lett.*, 81(10):2052–2055, sept 1998.
- [Lau99] I. Lauer. Transversale Dynamik lasergekühlter <sup>9</sup>Be<sup>+</sup>-Ionenstrahlen im Speicherring TSR. Dissertation, Max-Planck-Institut für Kernphysik, 1999.
- [Lug96] V. Luger. Untersuchungen zur Struktur gekühlter Bunche. Diplomarbeit, Universität Heidelberg und Max-Planck-Institut für Kernphysik, MPI H-V15-1996, 1996.
- [Met94] H. Metcalf und P. van der Straten. Cooling and Trapping of Neutral Atoms. Physics Reports, 244(205), 1994.
- [Mie95] H.-J. Miesner. Laserkühlung dichter Ionenstrahlen. Dissertation, Max-Planck-Institut f
  ür Kernphysik, MPI H-V23-1995, 1995.
- [Mie96a] H.-J. Miesner, R. Grimm et al. Transverse laser cooling of a radio-frequency bunched ion beam in the storage ring TSR. Nucl. Instr. Meth. A, 383:634–636, 1996.
- [Mie96b] H.-J. Miesner, R. Grimm, D. Habs, D. Schwalm, B. Wanner und A. Wolf. Efficient, Indirect Transverse Laser Cooling of a fast Stored Ion Beam. *Phys. Rev. Lett.*, 77(4):623–626, jul 1996.

- [Pas96] S. Pastuszka, U. Schramm, M. Grieser, C. Broude, R. Grimm, D. Habs, J. Kenntner, H.-J. Miesner, T. Schüßler, D. Schwalm und A. Wolf. Electron cooling and recombination experiments with an adiabatically expanded electron beam. Nucl. Inst. Meth. A, 396:11-22, 1996.
- [Pet93] W. Petrich et al. Laser cooling of stored high-velocity ions by means of the spontaneous force. *Phys. Rev. A*, 48(2127), 1993.
- [Pot90] H. Poth. Electron cooling: theory, experiment, application. *Phys. Rep.*, 196(135), 1990.
- [Ris89] H. Risken. The Fokker-Planck Equation. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 2.. Auflage, 1989.
- [Roh87] K.-H. Rohe. *Elektronik für Physiker*. Teubner Studienbücher, Stuttgart, 3.. Auflage, 1987.
- [Sch99] U. Schünemann, H. Engler, R. Grimm, M. Weidemüller und M. Zielonkowski. Simple scheme for tunable frequency offset locking of two lasers. *Review of Scientific Instruments*, 70(1), jan 1999.
- [Sør87] A. H. Sørensen. Introduction to Intrabeam Scattering. In S. Turner, Hrsg., CERN Accelerator School. Report CERN 87-10, 1987.
- [Ste96] M. Steck, K. Beckert, H. Eickhoff, B. Franzke, F. Nolden, H. Reich, B. Schlitt und T. Winkler. Anomalous Tmperature Reduction of Electron-Cooled Heavy Ion Beams in the Storage Ring ESR. 77:3803, 1996.
- [Wan98] B. Wanner, R. Grimm, A. Gruber, D. Habs, H.-J. Miesner, J. S. Nielsen und D. Schwalm. Rapid adiabatic passage in laser cooling of fast stored ion beams. *Phys. Rev. A*, 58(3), sept 1998.
- [Wei95] J. Wei, Xiao-Ping Li und A. Sessler. Crystalline Beam Properties As Predicted For The Storage Rings ASTRID and TSR. In Proc. of the Particle Accelerator Conference and International Conference on High-Energy Accelerators, Dallas, Texas, Seite 2946, 1995.
- [Wer93] H. Wernøe. Laserstrahlpositionierung und -lagestabilisierung am TSR. Diplomarbeit, Universität Heidelberg und Max-Planck-Institut für Kernphysik, MPIH-V8-1993, 1993.
- [Wil96] K. Wille. Physik der Teilchenbeschleuniger und Sychrotronstrahlungsquellen. Teubner Studienbücher, Stuttgart, 2.. Auflage, 1996.

[Win87] D. J. Wineland, J. C. Bergquist, W. M. Itano, J. J. Bollinger und C. H. Manney. Atomic-Ion Coulomb Clusters in an Ion Trap. *Phys. Rev. Lett.*, 59(2935), 1987.